Tensegridades: en busca del equilibrio

David Orden Martín

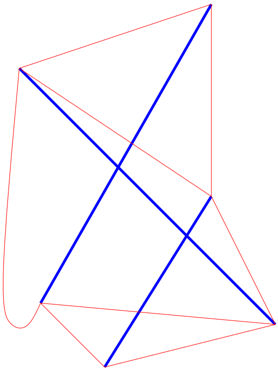
http://www2.uah.es/ordend

Universidad de Alcalá

Introducción

Historia

- **Karl Ioganson (1921)** (constructivistas rusos).

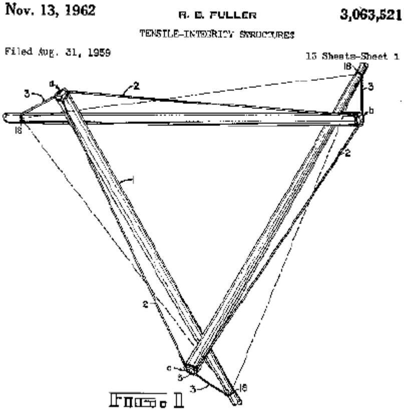


3 barras

7 cables

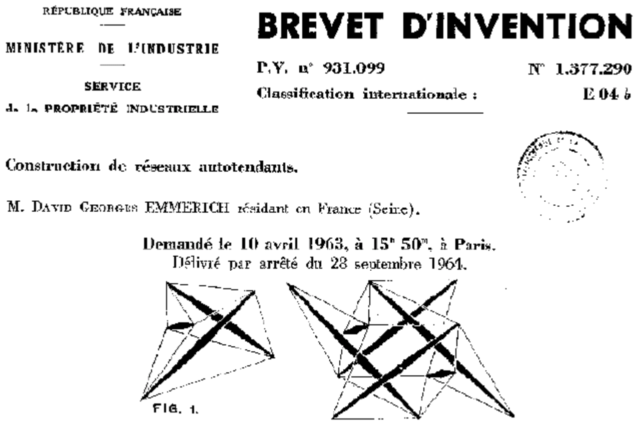
Historia

- **Karl Ioganson (1921)** (constructivistas rusos).
- **Buckminster Fuller (1962)**



Historia

- **Karl Ioganson (1921)** (constructivistas rusos).
- **Buckminster Fuller (1962)**
- **David Georges Emmerich (1963)**



RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'INDUSTRIE

SERVICE de la PROPRIÉTÉ INDUSTRIELLE

BREVET D'INVENTION

P.V. n° 931.099

N° 1.377.290

Classification internationale : E 04 b

Construction de réseaux autotendants.

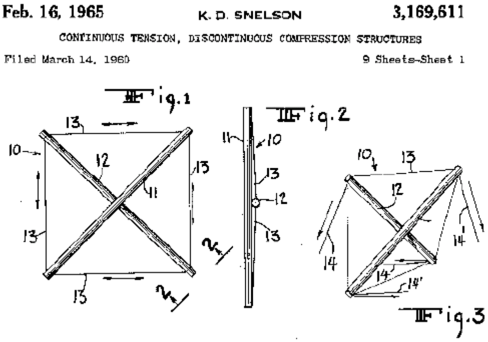
M. DAVID GEORGES EMMERICH résidant en France (Seine).

Demandé le 10 avril 1963, à 15h 50m, à Paris.
Délivré par arrêté du 28 septembre 1964.

FIG. 1.

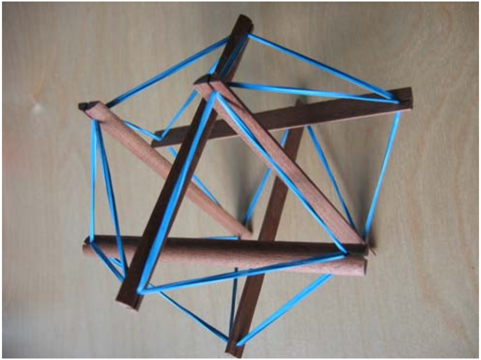
Historia

- **Karl Ioganson (1921)** (constructivistas rusos).
- **Buckminster Fuller (1962)**
- **David Georges Emmerich (1963)**
- **Kenneth Snelson (1965)**



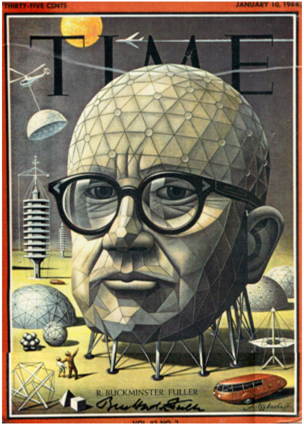
Un problema de definición

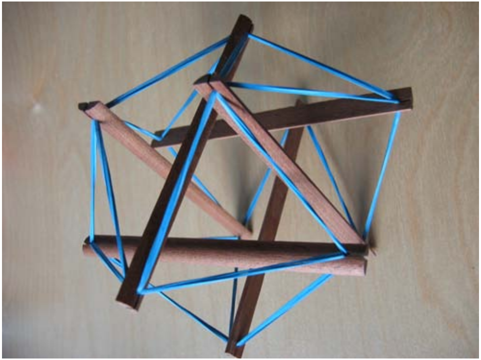
¿Cómo definirías este tipo de estructura?



Un problema de definición

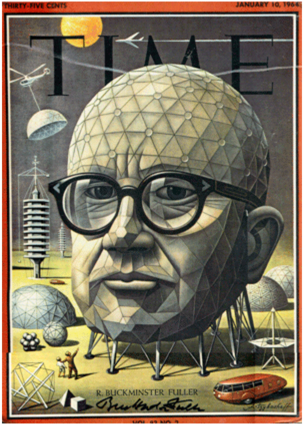
- **Buckminster Fuller:** *Islands of compression in an ocean of tension.*

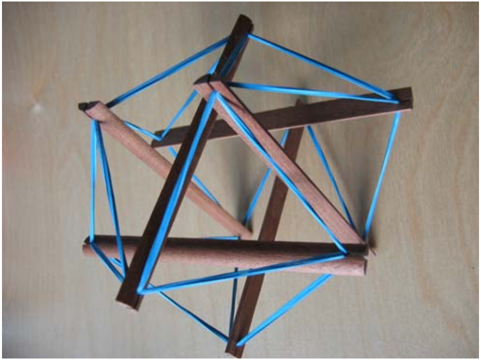




Un problema de definición

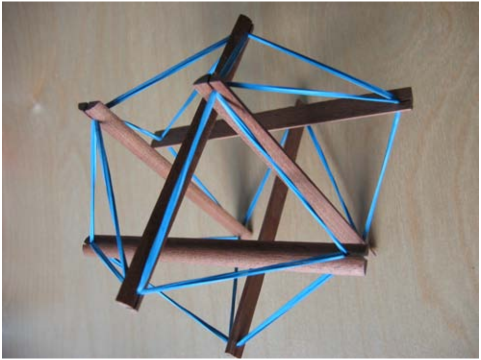
- **Buckminster Fuller:** *Islands of compression in an ocean of tension. Universe tensionally coheres non-simultaneous events. Universe is tensional integrity.*





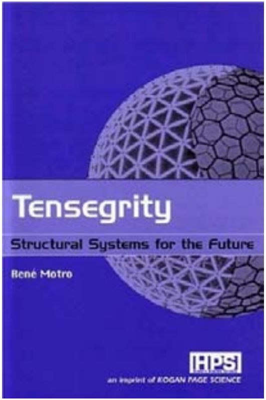
Un problema de definición

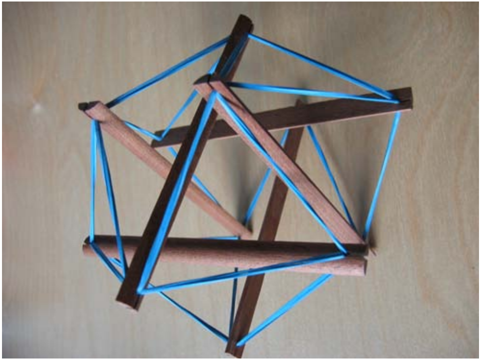
- **Kenneth Snelson:** *Continuous tension, discontinuous compression structures.*



Un problema de definición

- **R. Motro (2003)**: *A tensegrity system is a system in a stable self-equilibrated state comprising a discontinuous set of compressed elements inside a continuum of tensioned components.*

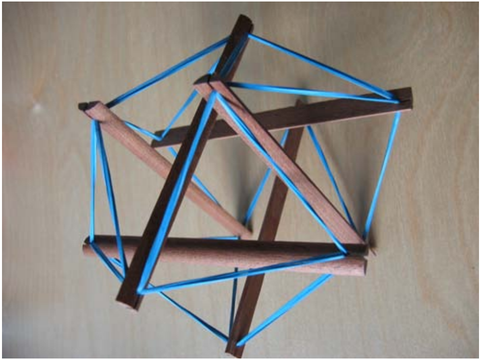




Un problema de definición

Si buscamos en Google

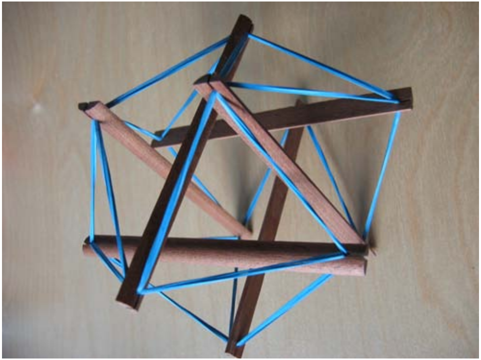
- ⋆ Tensegrity:
  $\approx$ 355,000 páginas.



Un problema de definición

Si buscamos en Google

- ⋆ Tensegrity: $\approx$ 355,000 páginas.
- ⋆ Tensegrity structure: $\approx$ 149,000 páginas.



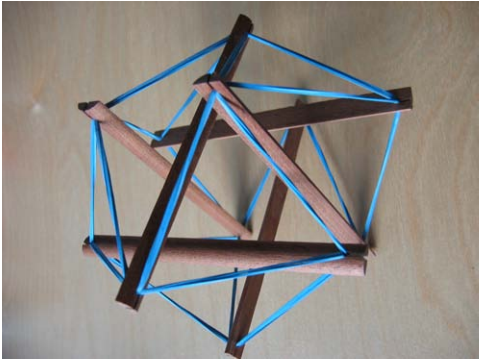
Un problema de definición

- **Carlos Castaneda:** *La Tensegridad es la versión moderna de ciertos movimientos llamados "pases mágicos" desarrollados por chamanes indios que vivieron en México en tiempos previos a la conquista española.*

Si buscamos en Google

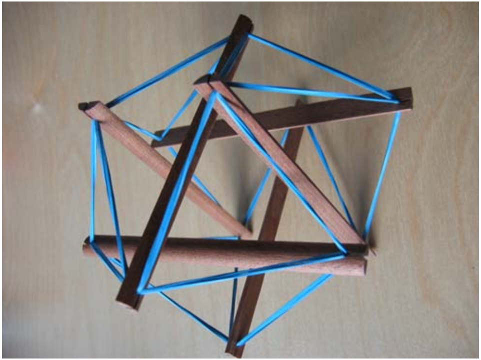
⋆ Tensegrity: $\approx$ 355,000 páginas.

⋆ Tensegrity structure: $\approx$ 149,000 páginas.



Un problema de definición

R. Motro: *Generally, so far as a concept is concerned, one can not define it completely.*



Hacia una definición más eficaz

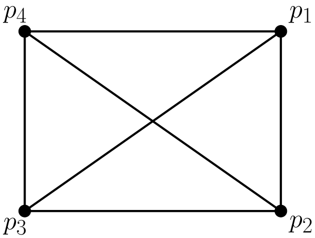
- **Grafo abstracto:** $G = (V, E)$ con vértices V y aristas E.

$$K_4 = (\{1, 2, 3, 4\}, \{12, 13, 14, 23, 24, 34\})$$

Hacia una definición más eficaz

- **Grafo abstracto:** $G = (V, E)$ con vértices V y aristas E.
- **Armazón:** inmersión $G(P)$ de un grafo G sobre un conjunto $P \subset \mathbb{R}^d$, con aristas rectas.

$$K_4 = (\{1, 2, 3, 4\}, \{12, 13, 14, 23, 24, 34\})$$

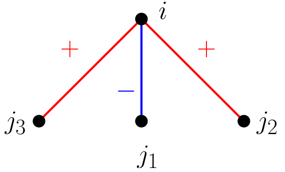


Hacia una definición más eficaz

- **Grafo abstracto:** $G = (V, E)$ con vértices V y aristas E.
- **Armazón:** inmersión $G(P)$ de un grafo G sobre un conjunto $P \subset \mathbb{R}^d$, con aristas rectas.
- **Auto-tensión:** asignación de tensiones w_{ij} a las aristas ij, de forma que cada vértice está en **equilibrio**:

Para cada vértice, la resultante de las tensiones es nula.

$$(-2)\ \overrightarrow{ij_1} + 1\ \overrightarrow{ij_2} + 1\ \overrightarrow{ij_3} = \overrightarrow{0}$$

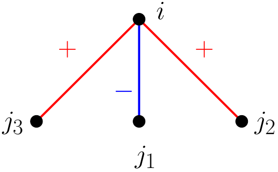


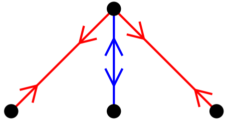
Hacia una definición más eficaz

Si en un armazón con una auto-tensión reemplazamos:

- Aristas ij con $w_{ij} > 0$ $\longrightarrow$ muelles intensores,
- Aristas ij con $w_{ij} < 0$ $\longrightarrow$ muelles extensores,

$$(-2)\ \overrightarrow{ij_1} + 1\ \overrightarrow{ij_2} + 1\ \overrightarrow{ij_3} = \overrightarrow{0}$$



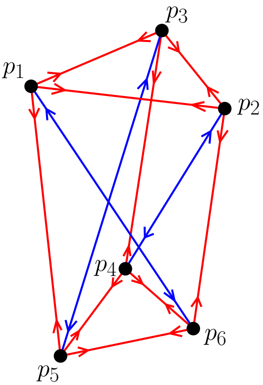


Hacia una definición más eficaz

Si en un armazón con una auto-tensión reemplazamos:

- Aristas ij con $w_{ij} > 0$ $\longrightarrow$ muelles intensores,
- Aristas ij con $w_{ij} < 0$ $\longrightarrow$ muelles extensores,

obtenemos una **tensegridad** (eliminando las de $w_{ij} = 0$).

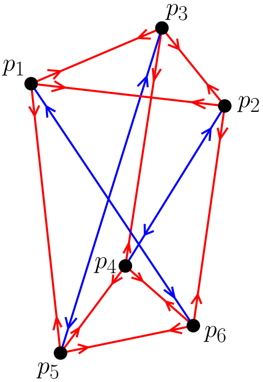


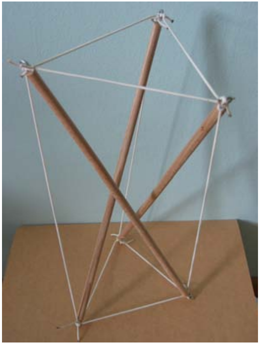
Hacia una definición más eficaz

Si en un armazón con una auto-tensión reemplazamos:

- Aristas *ij* con $w_{ij} > 0$ → muelles intensores → gomas
- Aristas *ij* con $w_{ij} < 0$ → muelles extensores → barras

obtenemos una **tensegridad** (eliminando las de $w_{ij} = 0$).



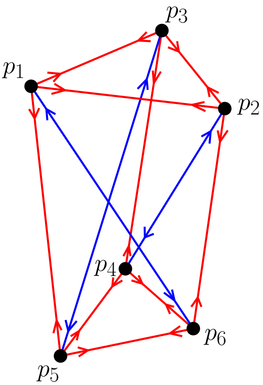


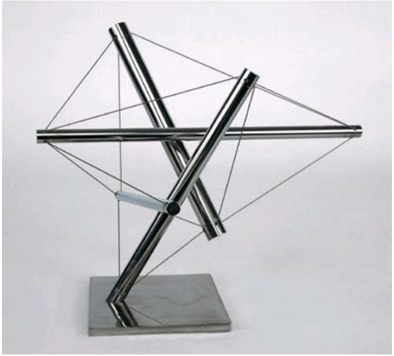
Hacia una definición más eficaz

Si en un armazón con una auto-tensión reemplazamos:

- Aristas *ij* con $w_{ij} > 0$ → muelles intensores → cables
- Aristas *ij* con $w_{ij} < 0$ → muelles extensores → barras

obtenemos una **tensegridad** (eliminando las de $w_{ij} = 0$).





Problema a estudiar

Dado un grafo G,

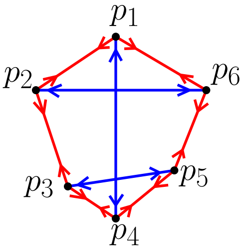
$G = (\{1, \ldots, 6\},$
$\{12, 14, 16, 23, 26, 34, 35, 45, 56\})$

Problema a estudiar

Dado un grafo G,

1. ¿Puede existir una tensegridad con este grafo?

$G = (\{1, \ldots, 6\},$
$\{12, 14, 16, 23, 26, 34, 35, 45, 56\})$

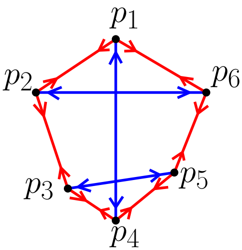


Problema a estudiar

Dado un grafo G,

1. ¿Puede existir una tensegridad con este grafo?
2. Si es así, ¿posición relativa de sus vértices?

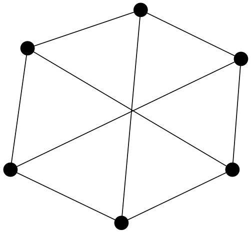
$G = (\{1, \ldots, 6\},$
$\{12, 14, 16, 23, 26, 34, 35, 45, 56\})$



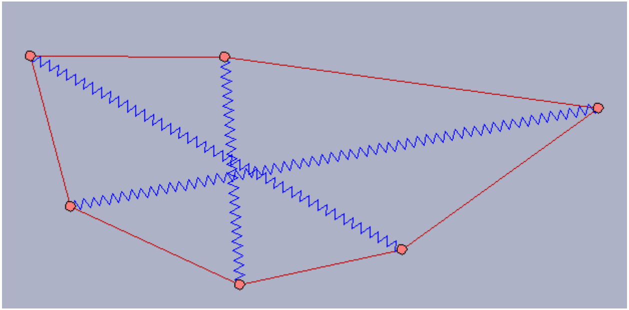
Ejemplos

Ejemplos en $\mathbb{R}^2$

- Un grafo 3-regular con 6 vértices:

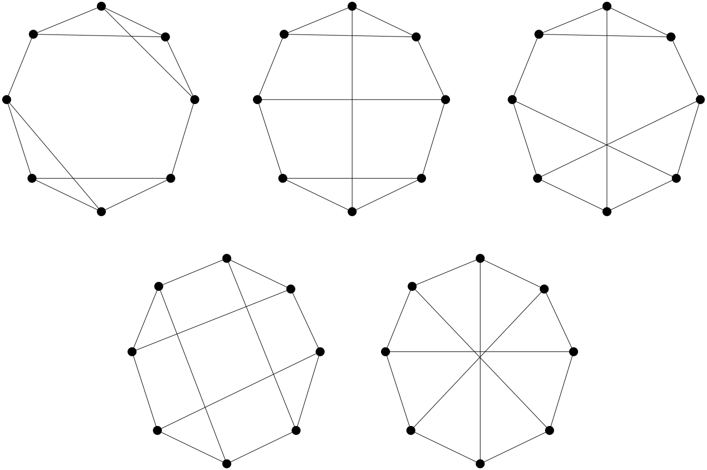


Ejemplos en $\mathbb{R}^2$

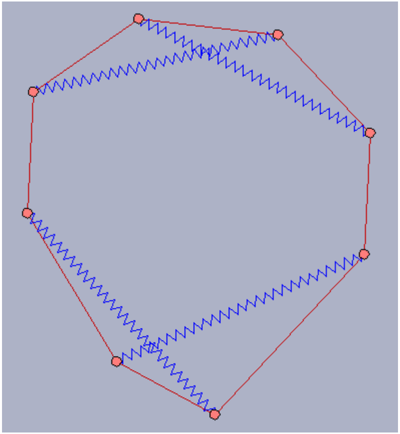


Ejemplos en $\mathbb{R}^2$

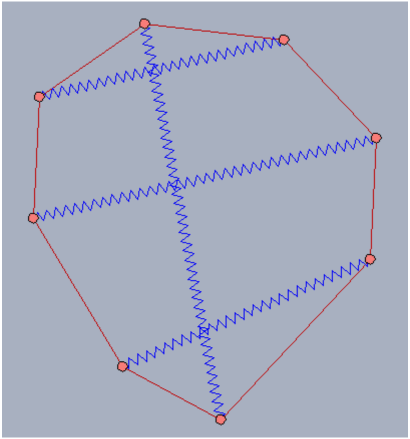
- Grafos 3-regulares con 8 vértices:



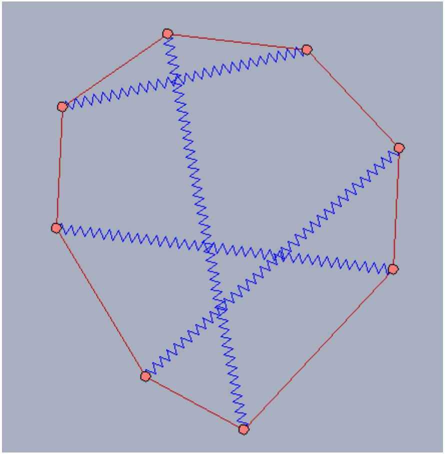
Ejemplos en $\mathbb{R}^2$



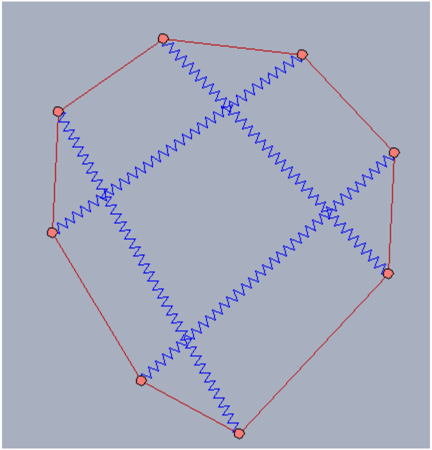
Ejemplos en $\mathbb{R}^2$



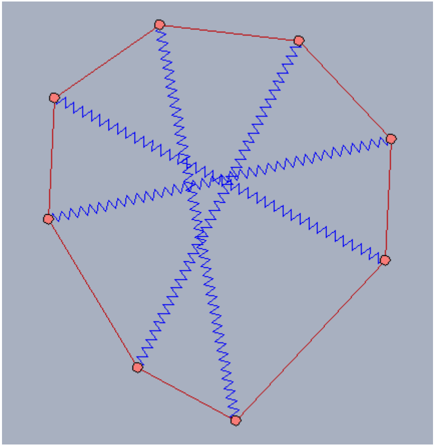
Ejemplos en $\mathbb{R}^2$



Ejemplos en $\mathbb{R}^2$

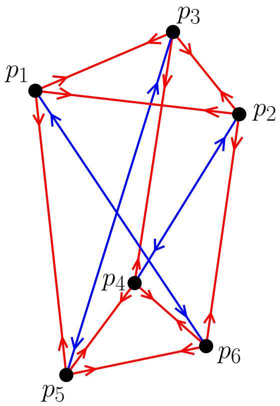


Ejemplos en $\mathbb{R}^2$



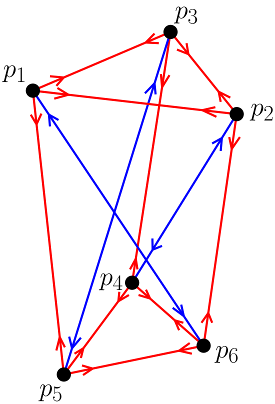
Ejemplos en $\mathbb{R}^3$

- Grafo del *prisma triangular oblicuo*:



Ejemplos en $\mathbb{R}^3$

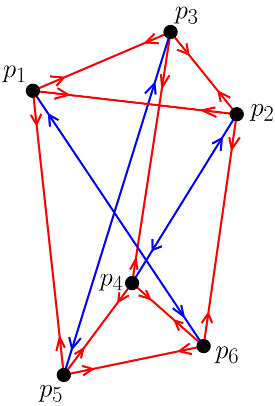
- Grafo del *prisma triangular oblicuo*:



Los seis vértices están en un hiperboloide reglado que contiene las aristas de uno de los tres ciclos de longitud cuatro del grafo.

Ejemplos en $\mathbb{R}^3$

- Grafo del *prisma triangular oblicuo*:



Los seis vértices están en un hiperboloide reglado que contiene las aristas de uno de los tres ciclos de longitud cuatro del grafo.

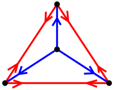
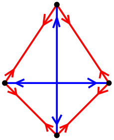
¿MÁS DETALLES?

SÍ **NO**

Herramienta matemática

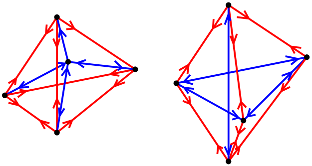
Átomos de una tensegridad

- **Átomo en $\mathbb{R}^d$:** armazón con grafo K_{d+2} ($d+2$ vértices, todos unidos con todos) y la única auto-tensión posible (salvo constantes).

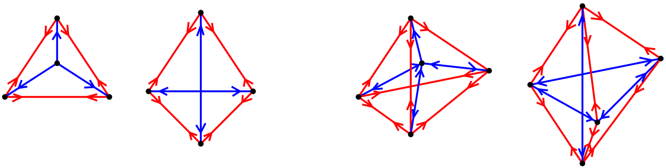
Átomos de una tensegridad

- **Átomo en $\mathbb{R}^d$:** armazón con grafo K_{d+2} ($d+2$ vértices, todos unidos con todos) y la única auto-tensión posible (salvo constantes).



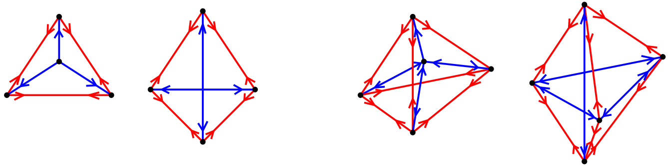
Átomos de una tensegridad

- **Átomo en $\mathbb{R}^d$:** armazón con grafo K_{d+2} ($d+2$ vértices, todos unidos con todos) y la única auto-tensión posible (salvo constantes).



Átomos de una tensegridad

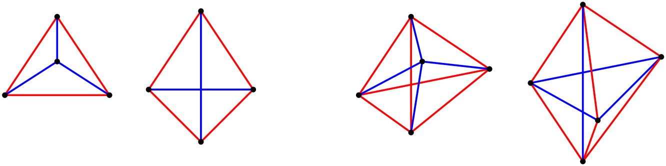
- **Átomo en $\mathbb{R}^d$:** armazón con grafo K_{d+2} ($d+2$ vértices, todos unidos con todos) y la única auto-tensión posible (salvo constantes).



Las tensegridades están compuestas de átomos.

Átomos de una tensegridad

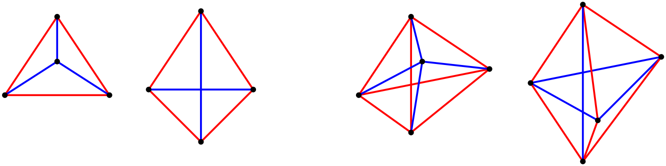
- **Átomo en $\mathbb{R}^d$:** armazón con grafo K_{d+2} ($d+2$ vértices, todos unidos con todos) y la única auto-tensión posible (salvo constantes).



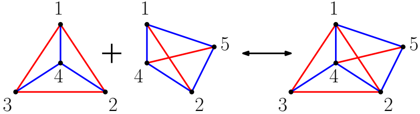
Las tensegridades están compuestas de átomos.

Átomos de una tensegridad

- **Átomo en $\mathbb{R}^d$:** armazón con grafo K_{d+2} ($d+2$ vértices, todos unidos con todos) y la única auto-tensión posible (salvo constantes).



Las tensegridades están compuestas de átomos.



Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$,

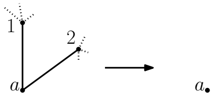
Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

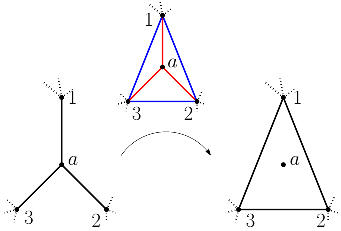
1. Si grado(a) ≤ 2:



Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$, sea $a \in V$ de grado mínimo:

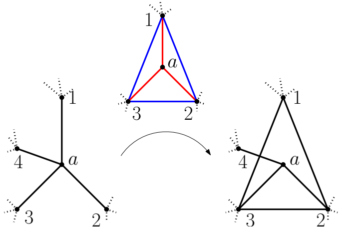
1. Si grado$(a) \leq 2$:
2. Si grado$(a) = 3$:



Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$, sea $a \in V$ de grado mínimo:

1. Si grado(a) ≤ 2:
2. Si grado(a) $= 3$:
3. Si grado(a) ≥ 4:



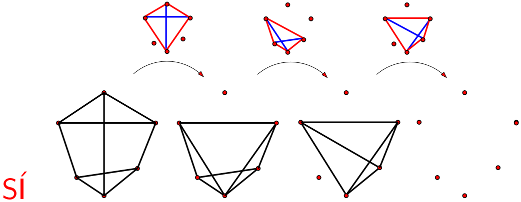
Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

1. Si grado$(a) \leq 2$:
2. Si grado$(a) = 3$:
3. Si grado$(a) \geq 4$:

Para que exista una tensegridad con grafo G es **necesario** que todas las aristas que desaparecen estén en algún "átomo".

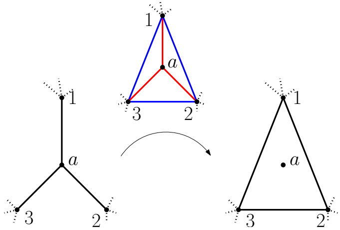
EJEMPLOS:



Descomposición combinatoria

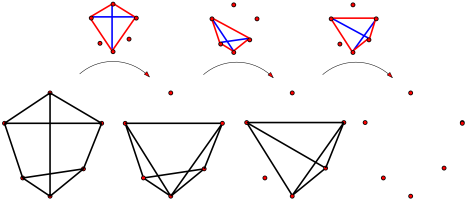
Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

1. Si grado$(a) \leq 2$:
2. Si grado$(a) = 3$:
3. Si grado$(a) \geq 4$:



Para que exista una tensegridad con grafo G es **necesario** que todas las aristas que desaparecen estén en algún "átomo".

EJEMPLOS:



SÍ

Descomposición combinatoria

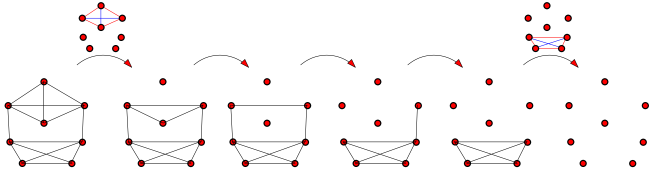
Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

1. Si grado$(a) \leq 2$:
2. Si grado$(a) = 3$:
3. Si grado$(a) \geq 4$:

Para que exista una tensegridad con grafo G es **necesario** que todas las aristas que desaparecen estén en algún "átomo".

EJEMPLOS:

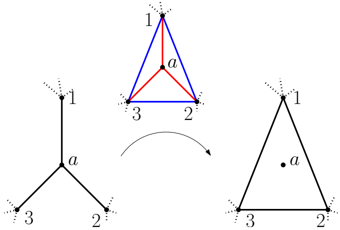
NO



Descomposición combinatoria

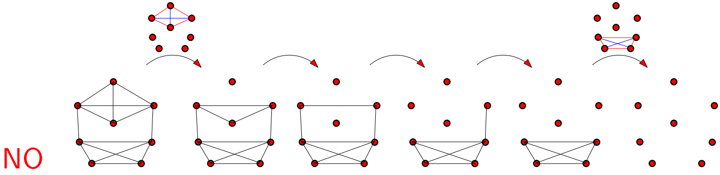
Dado un grafo $G = (V, E)$, sea $a \in V$ de grado mínimo:

1. Si grado(a) ≤ 2:
2. Si grado(a) $= 3$:
3. Si grado(a) ≥ 4:



Para que exista una tensegridad con grafo G es **necesario** que todas las aristas que desaparecen estén en algún "átomo".

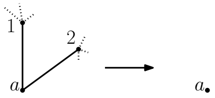
EJEMPLOS:



Descomposición combinatoria

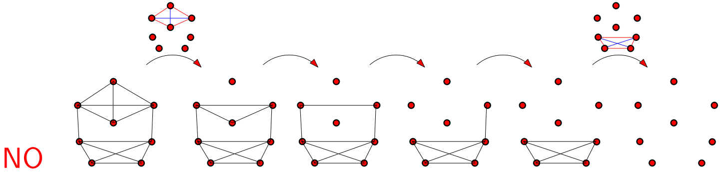
Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

1. Si grado$(a) \leq 2$:
2. Si grado$(a) = 3$:
3. Si grado$(a) \geq 4$:



Para que exista una tensegridad con grafo G es **necesario** que todas las aristas que desaparecen estén en algún "átomo".

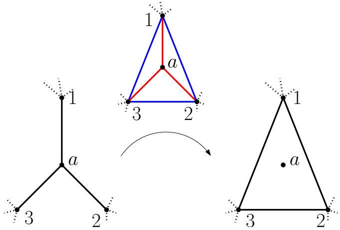
EJEMPLOS:



Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$, sea $a \in V$ de grado mínimo:

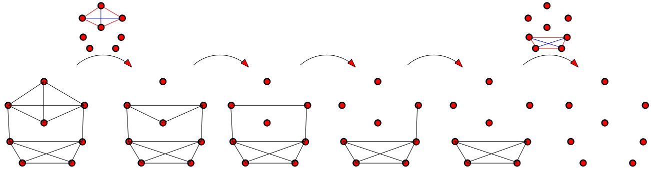
1. Si grado$(a) \leq 2$:
2. Si grado$(a) = 3$:
3. Si grado$(a) \geq 4$:



Para que exista una tensegridad con grafo G es **necesario** que todas las aristas que desaparecen estén en algún "átomo".

EJEMPLOS:

NO



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

Recomposición

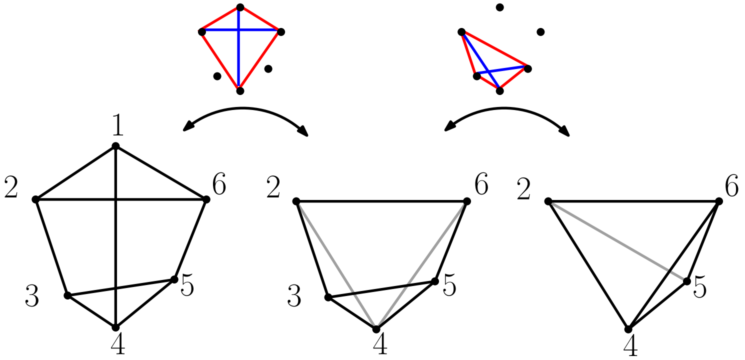
Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G.

Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

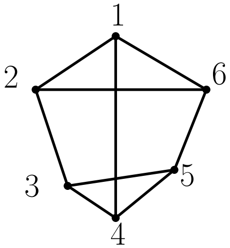
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G.



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

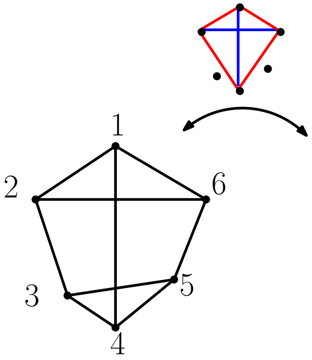
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G.



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

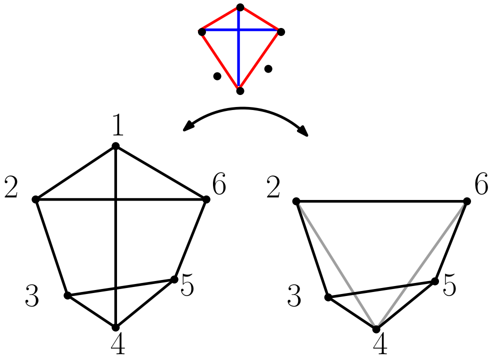
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G.



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

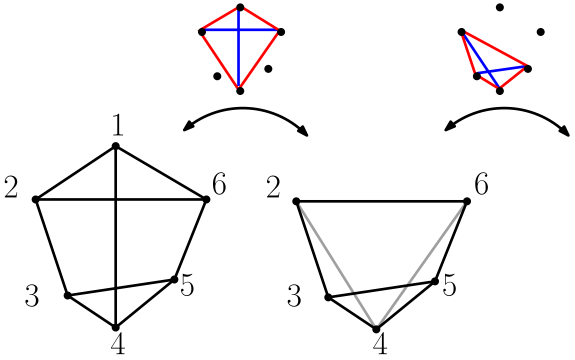
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G.



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

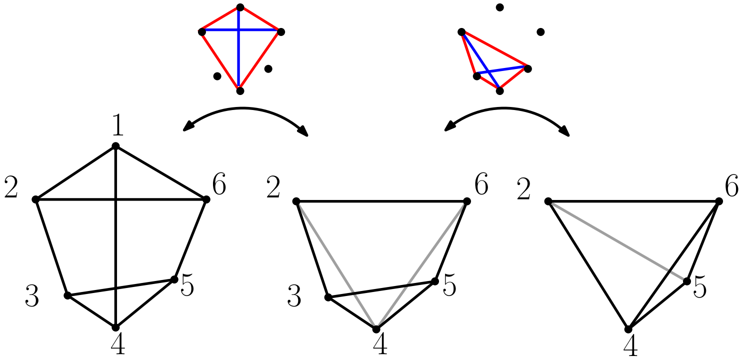
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G.



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

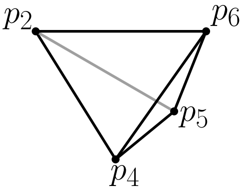
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G.



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

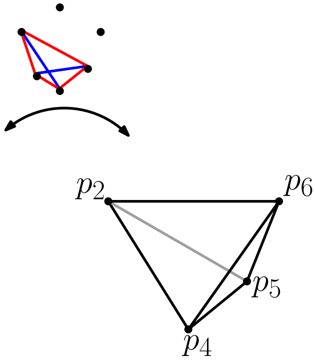
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G.



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

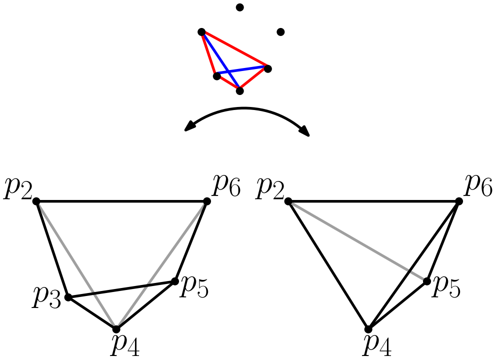
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G.



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

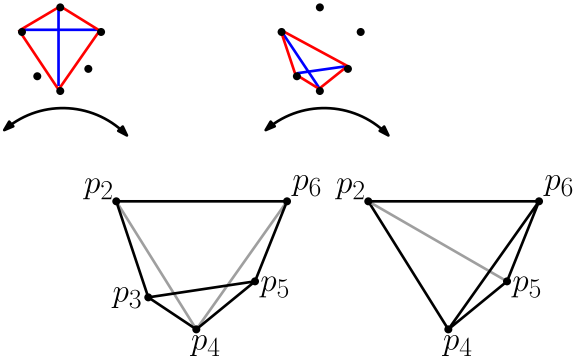
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G.



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

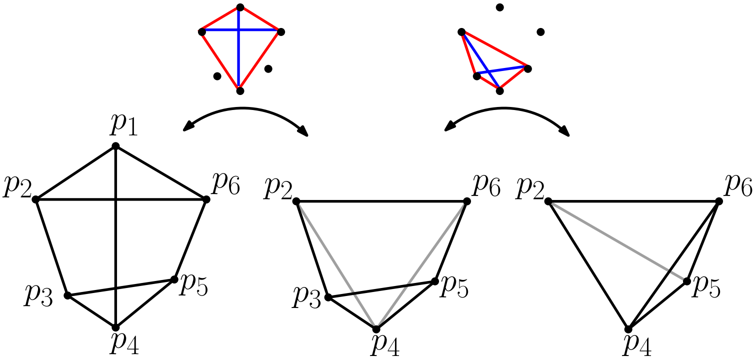
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G.



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

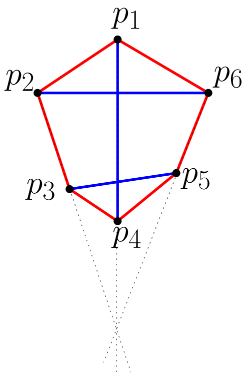
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G.



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada "átomo" introduce al menos una arista nueva:

Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G.



Los dos triángulos deben estar en posición perspectiva.

Aplicaciones

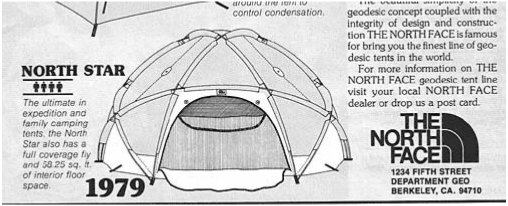
Esculturas y montajes

http://www.kennethsnelson.net

Parques infantiles

http://www.news.cornell.edu/chronicle/97/2.20.97/AAAS_Connelly.html

Tiendas de campaña



http://www.oregonphotos.com/Backpacking-Revolution1.html

Tiendas de campaña

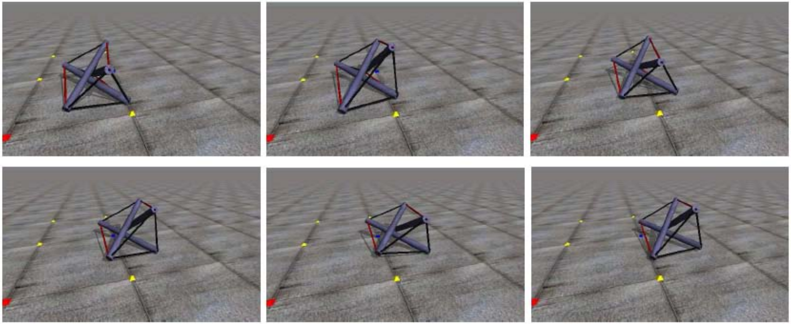
Video del desplegado   Video del plegado

http://seconds.quechua.com/ES/main.html

Cubiertas

http://www.columbia.edu/cu/gsapp/BT/DOMES/GEORGIA/g-anal.html

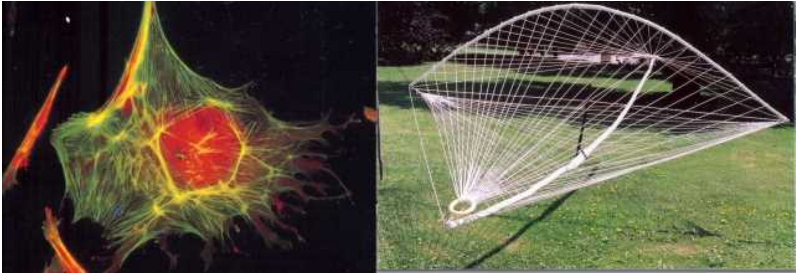
Robots



Video

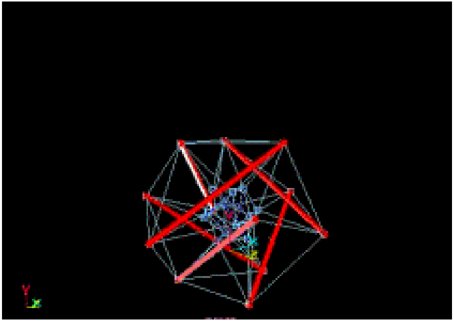
http://ccsl.mae.cornell.edu

Esqueleto de las células

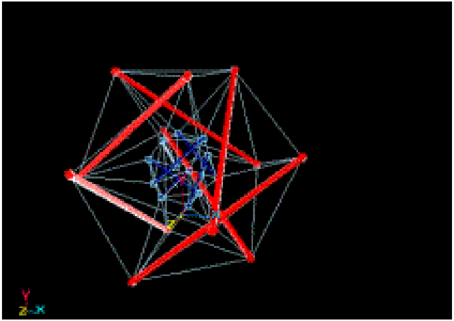


http://www.childrenshospital.org/research/Site2029/mainpageS2029P23sublevel24.html

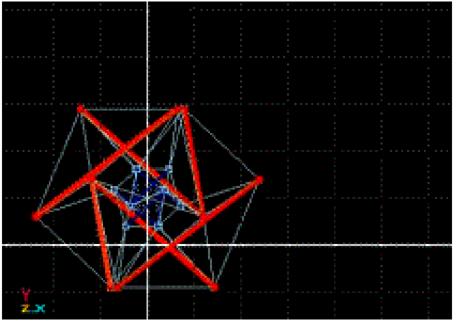
Esqueleto de las células



Esqueleto de las células



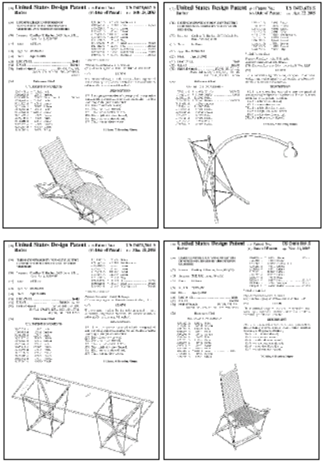
Esqueleto de las células



Bricolaje y decoración

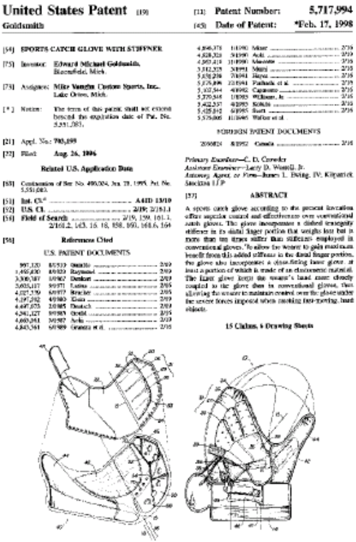
http://www.designjournalmag.com/product/tensegrity_coffee_table.htm

Otras patentes



http://www.freepatentsonline.com

Otras patentes



United States Patent [19]
Goldsmith

[11] **Patent Number:** **5,717,994**
[45] **Date of Patent:** ***Feb. 17, 1998**

[54] SPORTS CATCH GLOVE WITH STIFFENER

[75] Inventor: Edward Michael Goldsmith, Bloomfield, Mich.

[73] Assignee: Mike Vaughn Custom Sports, Inc., Lake Orion, Mich.

[*] Notice: The term of this patent shall not extend beyond the expiration date of Pat. No. 5,551,083.

[21] Appl. No.: 703,195

[22] Filed: Aug. 26, 1996

Related U.S. Application Data

[63] Continuation of Ser. No. 490,024, Jun. 28, 1995, Pat. No. 5,551,083.

[51] Int. Cl.[6] A41D 13/10

[52] U.S. Cl. 2/19; 2/161.1

[58] Field of Search 2/19, 159, 161.1, 2/161.2, 163, 16, 18, 158, 160, 161.6, 164

[56] **References Cited**

U.S. PATENT DOCUMENTS

FOREIGN PATENT DOCUMENTS

Primary Examiner—C. D. Crowder
Assistant Examiner—Larry D. Worrell, Jr.
Attorney, Agent, or Firm—James L. Ewing, IV; Kilpatrick Stockton LLP

[57] **ABSTRACT**

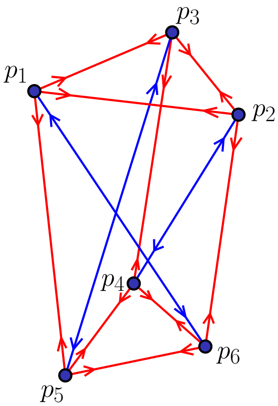
A sports catch glove according to the present invention offers superior control and effectiveness over conventional catch gloves. The glove incorporates a dished tensegrity stiffener in its distal finger portion that weighs less but is more than ten times stiffer than stiffeners employed in conventional gloves. To allow the wearer to gain maximum benefit from this added stiffness in the distal finger portion, the glove also incorporates a close-fitting inner glove, at least a portion of which is made of an elastomeric material. The inner glove keeps the wearer's hand more closely coupled to the glove than in conventional gloves, thus allowing the wearer to maintain control over the glove under the severe forces imposed when catching fast-moving, hard objects.

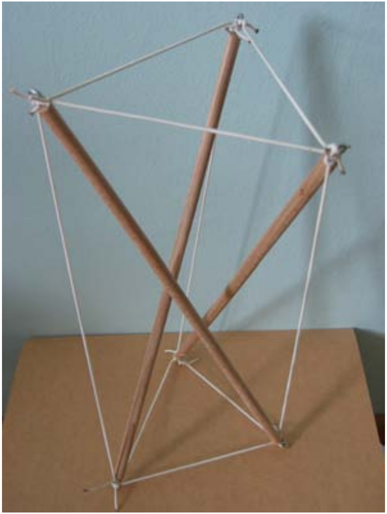
15 Claims, 6 Drawing Sheets

http://www.freepatentsonline.com

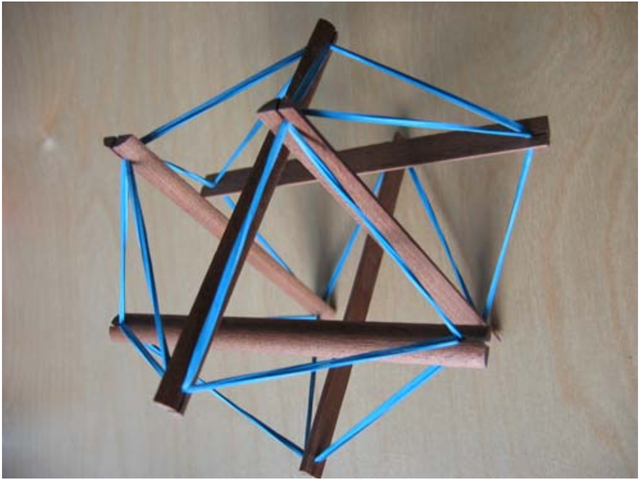
Taller

Construir esta tensegridad





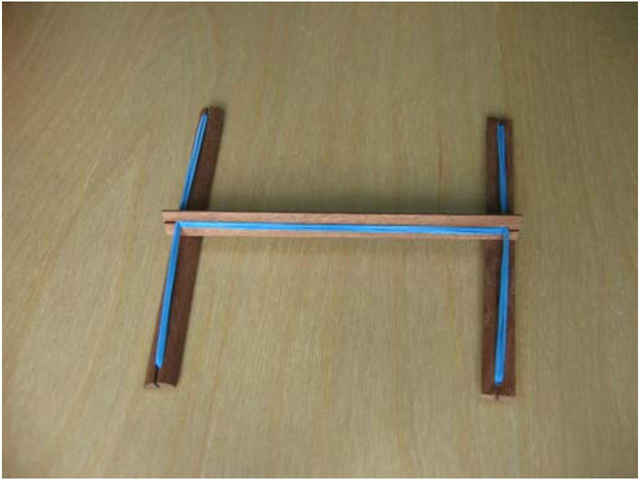
Construir esta tensegridad



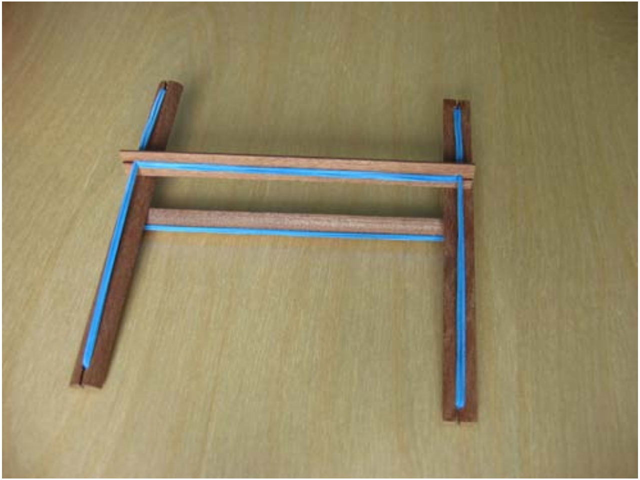
http://jmora7.com/miWeb2/cabrijav/G90icoaire.htm

Paso 1

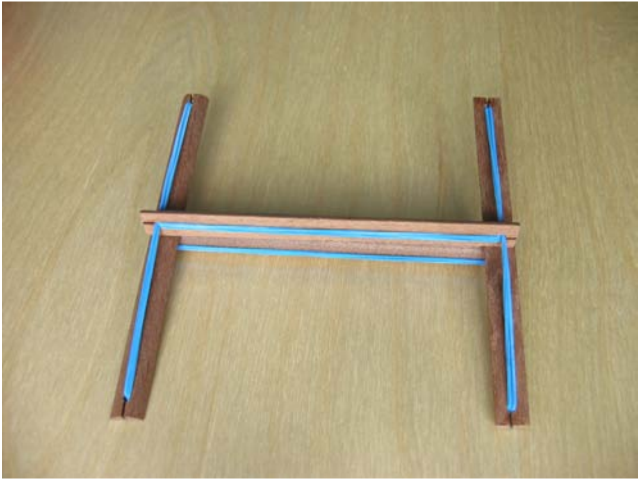
Paso 2



Paso 3

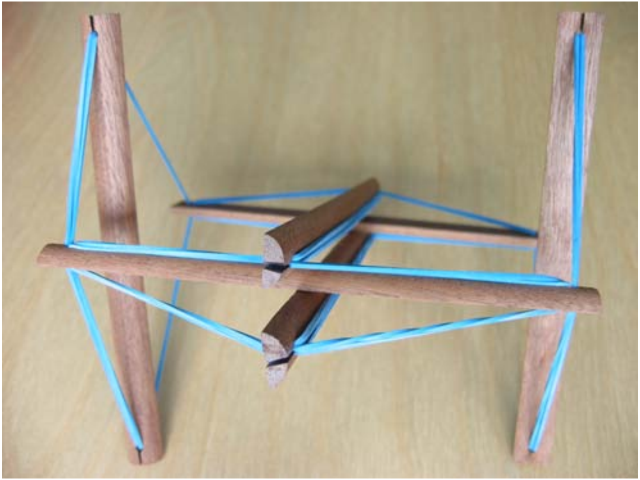


Paso 4

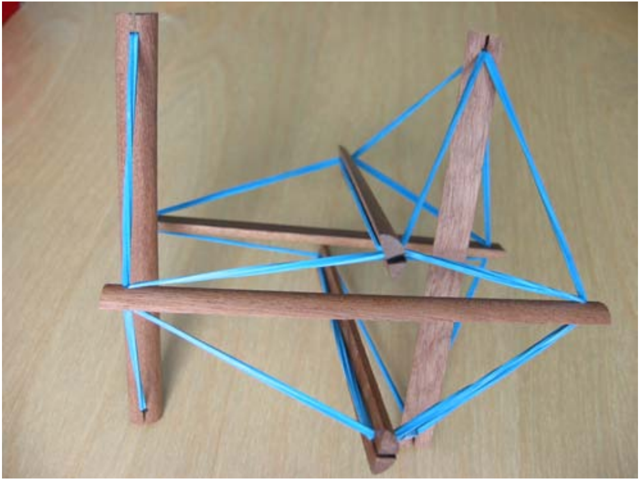


Paso 5

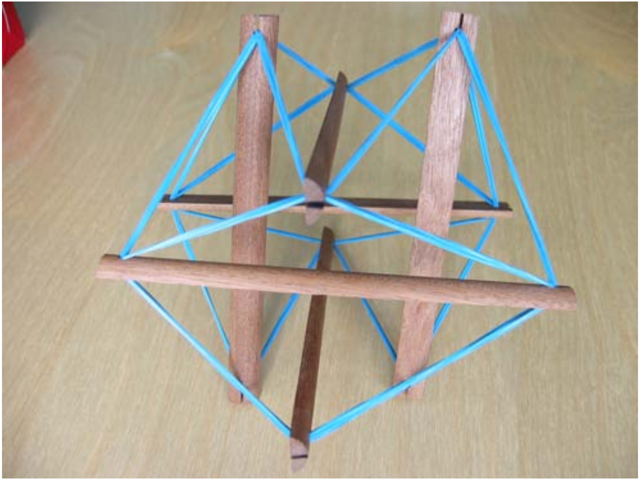
Paso 6



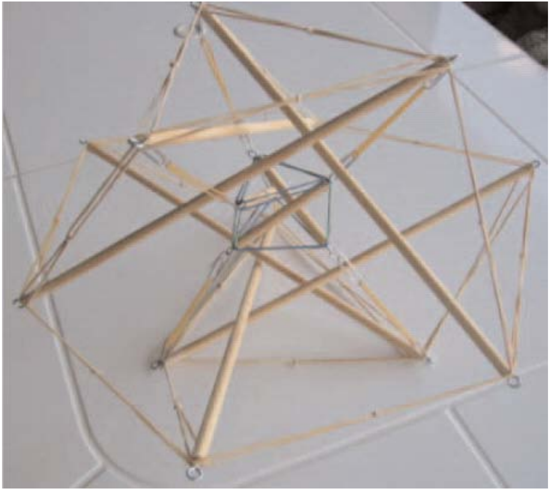
Paso 7

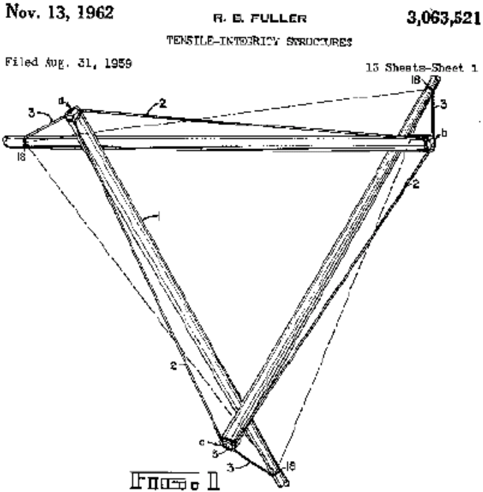


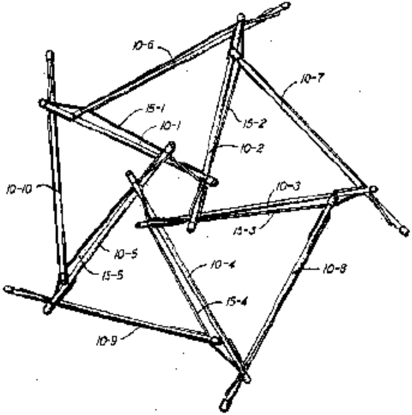
Paso 8



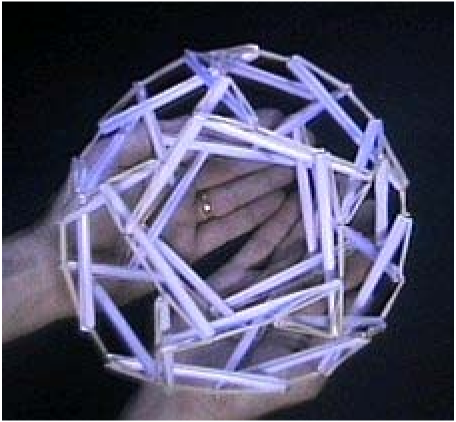
Modelo de una célula




Nov. 13, 1962
R. B. FULLER
3,063,521
TENSILE-INTEGRITY STRUCTURES
Filed Aug. 31, 1959
15 Sheets-Sheet 1


10-6
10-7
15-1
10-1
15-2
10-2
10-10
10-3
15-3
10-5
15-5
10-4
10-8
15-4
10-9

Tensegridades con pajitas



http://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/straw-tensegrity.html

Bibliografía I

- V. Gómez Jáuregui.
  Tensegridad. Estructuras tenségricas en Ciencia y Arte.
  Servicio de publicaciones de la Universidad de Cantabria, 2007.
  Más información en
  `http://www.alumnos.unican.es/uc1279/Tensegrity_Structures.htm`

- M. de Guzmán and D. Orden.
  From graphs to tensegrity structures: Geometric and symbolic approaches
  Publicacions Matemàtiques, 50:279–299, 2006.
  Más información en `http://www2.uah.es/ordend`

- U. Kortenkamp, J. Richter-Gebert
  Cinderella. `http://www.cinderella.de`

Bibliografía II

- R. Motro.
  Tensegrity: Structural systems for the future.
  Kogan Page Science, London, 2003.
- K. Snelson.
  http://www.kennethsnelson.net
- Sodarace.
  http://sodarace.net
- A.G. Tibert.
  Deployable tensegrity structures for space applications.
  Ph.D. Thesis, *Royal Institute of Technology*, Stokholm 2002.
- Wikipedia.
  http://en.wikipedia.org/wiki/Tensegrity

Tensegridades: en busca del equilibrio

David Orden Martín

http://www2.uah.es/ordend

Universidad de Alcalá