

Tensegridades:
la última
geometría de
Miguel

David Orden
Martín

Miguel y las
tensegridades

Definición
Problema
Átomos
Herramienta

Ejemplos

En \mathbb{R}^2
En \mathbb{R}^3
Otra
herramienta

Aplicaciones

Arte
Acampada
Arquitectura
Biología
Ocio
Bricolaje

Bibliografía

Tensegridades: la última geometría de Miguel

David Orden Martín

<http://www2.uah.es/ordend>



1 Miguel y las tensegridades

Definición

Problema

Átomos

Herramienta

2 Ejemplos

En \mathbb{R}^2

En \mathbb{R}^3

Otra herramienta

3 Aplicaciones

Arte

Acampada

Arquitectura

Biología

Ocio

Bricolaje

4 Bibliografía

Tensegridades:
la última
geometría de
Miguel

David Orden
Martín

Miguel y las
tensegridades

Definición
Problema
Átomos
Herramienta

Ejemplos

En \mathbb{R}^2
En \mathbb{R}^3
Otra
herramienta

Aplicaciones

Arte
Acampada
Arquitectura
Biología
Ocio
Bricolaje

Bibliografía

Miguel y las tensegridades

Definición

Problema

Átomos

Herramienta

Ejemplos

En \mathbb{R}^2

En \mathbb{R}^3

Otra

herramienta

Aplicaciones

Arte

Acampada

Arquitectura

Biología

Ocio

Bricolaje

Bibliografía

¿Un problema de definición?

Miguel encuentra las tensegridades en distintas áreas, donde se manejan definiciones diversas:

¿Un problema de definición?

Miguel encuentra las tensegridades en distintas áreas, donde se manejan definiciones diversas:

- **Fuller:** *Islands of compression in an ocean of tension.*

¿Un problema de definición?

Miguel encuentra las tensegridades en distintas áreas, donde se manejan definiciones diversas:

- **Fuller:** *Islands of compression in an ocean of tension.*
- **Snelson:** *Continuous tension, discontinuous compression structures.*

¿Un problema de definición?

Miguel encuentra las tensegridades en distintas áreas, donde se manejan definiciones diversas:

- **Fuller:** *Islands of compression in an ocean of tension.*
- **Snelson:** *Continuous tension, discontinuous compression structures.*
- **R. Motro (2003):** *A tensegrity system is a system in a stable self-equilibrated state comprising a discontinuous set of compressed elements inside a continuum of tensioned components.*

¿Un problema de definición?

Miguel encuentra las tensegridades en distintas áreas, donde se manejan definiciones diversas:

- **Fuller:** *Islands of compression in an ocean of tension.*
- **Snelson:** *Continuous tension, discontinuous compression structures.*
- **R. Motro (2003):** *A tensegrity system is a system in a stable self-equilibrated state comprising a discontinuous set of compressed elements inside a continuum of tensioned components.*

Esto le lleva a la siguiente afirmación:

- *A mi parecer el tratamiento matemático del problema se ha hecho difícil por la ausencia de una definición eficaz y operativa desde el punto de vista geométrico.*

Hacia una definición más eficaz

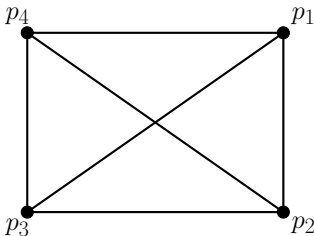
- **Grafo abstracto:** $G = (V, E)$ con vértices V y aristas E .

$$K_4 = (\{1, 2, 3, 4\}, \{12, 13, 14, 23, 24, 34\})$$

Hacia una definición más eficaz

- **Grafo abstracto:** $G = (V, E)$ con vértices V y aristas E .
- **Armazón:** inmersión $G(P)$ de un grafo G sobre un conjunto $P \subset \mathbb{R}^d$, con segmentos rectos como aristas.

$$K_4 = (\{1, 2, 3, 4\}, \{12, 13, 14, 23, 24, 34\})$$

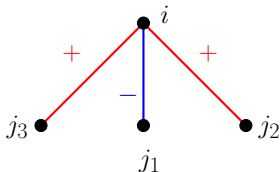


Hacia una definición más eficaz

- **Grafo abstracto:** $G = (V, E)$ con vértices V y aristas E .
- **Armazón:** inmersión $G(P)$ de un grafo G sobre un conjunto $P \subset \mathbb{R}^d$, con segmentos rectos como aristas.
- **Auto-tensión:** asignación de tensiones w_{ij} a las aristas ij , de forma que cada vértice esté en *equilibrio*:

Para cada vértice, la resultante de las tensiones es nula.

$$(-2) \overrightarrow{ij_1} + 1 \overrightarrow{ij_2} + 1 \overrightarrow{ij_3} = \vec{0}$$

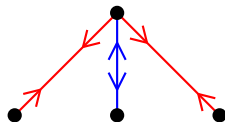
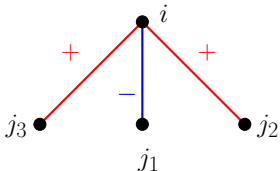


Hacia una definición más eficaz

Si en un armazón con una auto-tensión reemplazamos:

- Aristas ij con $w_{ij} > 0$ → muelles **intensores**,
- Aristas ij con $w_{ij} < 0$ → muelles **extensores**,

$$(-2) \overrightarrow{ij_1} + 1 \overrightarrow{ij_2} + 1 \overrightarrow{ij_3} = \vec{0}$$

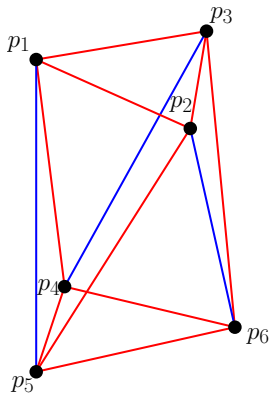


Hacia una definición más eficaz

Si en un armazón con una auto-tensión reemplazamos:

- Aristas ij con $w_{ij} > 0 \rightarrow$ muelles **intensores**,
- Aristas ij con $w_{ij} < 0 \rightarrow$ muelles **extensores**,

y eliminamos las aristas ij con $w_{ij} = 0$, obtenemos una **tensegridad**.

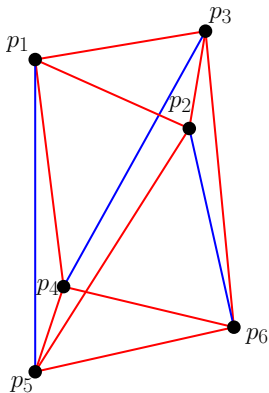


Hacia una definición más eficaz

Si en un armazón con una auto-tensión reemplazamos:

- Aristas ij con $w_{ij} > 0 \rightarrow$ muelles **intensores** \rightarrow cables
- Aristas ij con $w_{ij} < 0 \rightarrow$ muelles **extensores** \rightarrow barras

y eliminamos las aristas ij con $w_{ij} = 0$, obtenemos una **tensegridad**.



Problema

Dado un grafo abstracto G ,

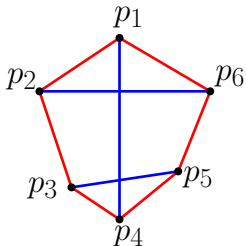
$$G = (\{1, \dots, 6\}, \\ \{12, 14, 16, 23, 26, 34, 35, 45, 56\})$$

Problema

Dado un grafo abstracto G ,

① ¿Puede existir una tensegridad con este grafo?

$$G = (\{1, \dots, 6\}, \\ \{12, 14, 16, 23, 26, 34, 35, 45, 56\})$$

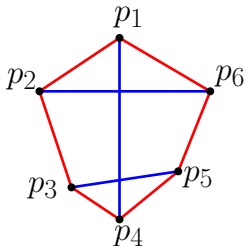


Problema

Dado un grafo abstracto G ,

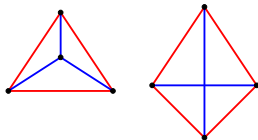
- 1 ¿Puede existir una tensegridad con este grafo?
- 2 Si es así, ¿posición relativa de sus vértices?

$$G = (\{1, \dots, 6\}, \\ \{12, 14, 16, 23, 26, 34, 35, 45, 56\})$$



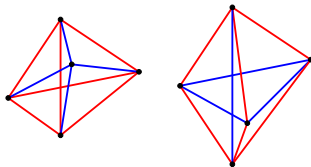
Átomos de una tensegridad

- **Átomo en \mathbb{R}^d :** armazón con grafo K_{d+2} y la única auto-tensión posible (salvo constantes).



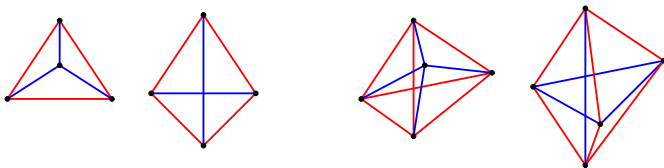
Átomos de una tensegridad

- **Átomo en \mathbb{R}^d :** armazón con grafo K_{d+2} y la única auto-tensión posible (salvo constantes).

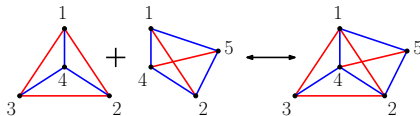


Átomos de una tensegridad

- **Átomo en \mathbb{R}^d :** armazón con grafo K_{d+2} y la única auto-tensión posible (salvo constantes).



Las tensegridades están compuestas de átomos.



Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$,

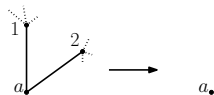
Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

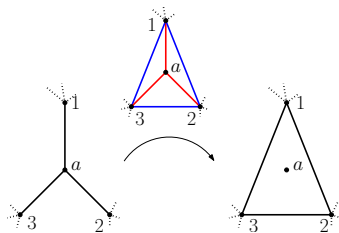
1. Si $\text{grado}(a) \leq 2$:



Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

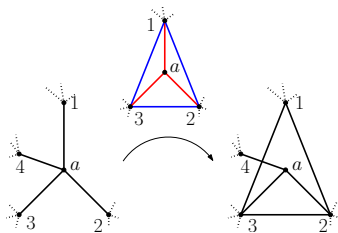
1. Si $\text{grado}(a) \leq 2$:
2. Si $\text{grado}(a) = 3$:



Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

1. Si $\text{grado}(a) \leq 2$:
2. Si $\text{grado}(a) = 3$:
3. Si $\text{grado}(a) \geq 4$:



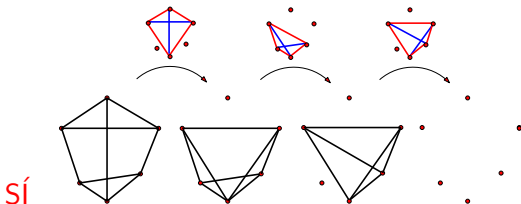
Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

1. Si $\text{grado}(a) \leq 2$:
2. Si $\text{grado}(a) = 3$:
3. Si $\text{grado}(a) \geq 4$:

Para que exista una tensegridad con grafo G es **necesario** que todas las aristas que desaparecen estén en algún "átomo".

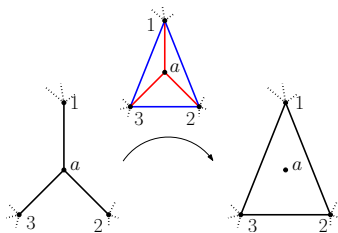
EJEMPLOS:



Descomposición combinatoria

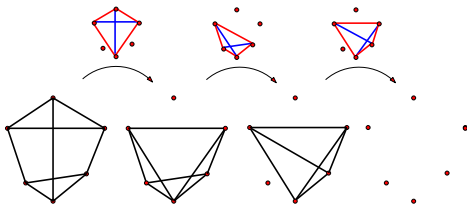
Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

1. Si $\text{grado}(a) \leq 2$:
2. Si $\text{grado}(a) = 3$:
3. Si $\text{grado}(a) \geq 4$:



Para que exista una tensegridad con grafo G es **necesario** que todas las aristas que desaparecen estén en algún "átomo".

EJEMPLOS:



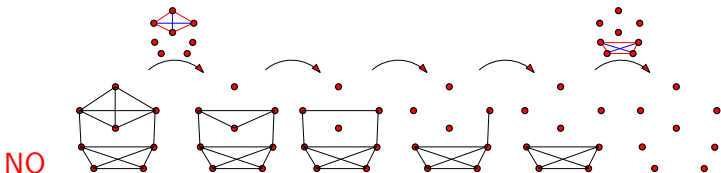
Descomposición combinatoria

Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

1. Si $\text{grado}(a) \leq 2$:
2. Si $\text{grado}(a) = 3$:
3. Si $\text{grado}(a) \geq 4$:

Para que exista una tensegridad con grafo G es **necesario** que todas las aristas que desaparecen estén en algún "átomo".

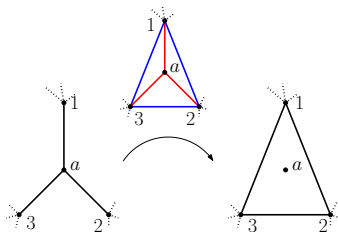
EJEMPLOS:



Descomposición combinatoria

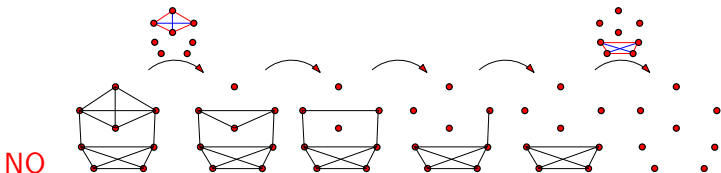
Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

1. Si $\text{grado}(a) \leq 2$:
2. Si $\text{grado}(a) = 3$:
3. Si $\text{grado}(a) \geq 4$:



Para que exista una tensegridad con grafo G es **necesario** que todas las aristas que desaparecen estén en algún "átomo".

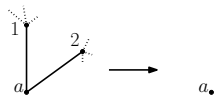
EJEMPLOS:



Descomposición combinatoria

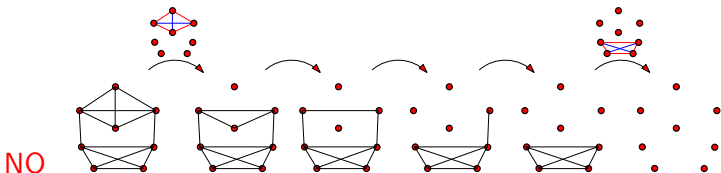
Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

1. Si $\text{grado}(a) \leq 2$:
2. Si $\text{grado}(a) = 3$:
3. Si $\text{grado}(a) \geq 4$:



Para que exista una tensegridad con grafo G es **necesario** que todas las aristas que desaparecen estén en algún "átomo".

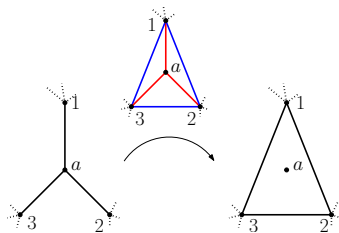
EJEMPLOS:



Descomposición combinatoria

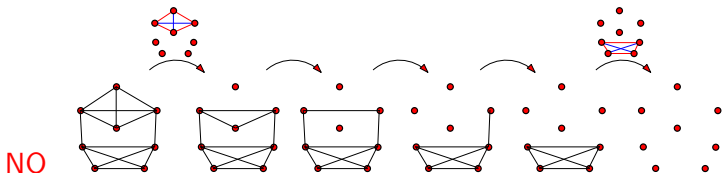
Dado un grafo $G = (V, E)$,
sea $a \in V$ de grado mínimo:

1. Si $\text{grado}(a) \leq 2$:
2. Si $\text{grado}(a) = 3$:
3. Si $\text{grado}(a) \geq 4$:



Para que exista una tensegridad con grafo G es **necesario** que todas las aristas que desaparecen estén en algún "átomo".

EJEMPLOS:



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

Recomposición

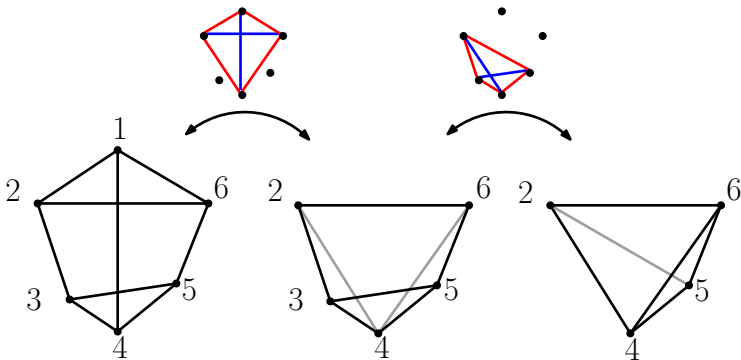
Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .

Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

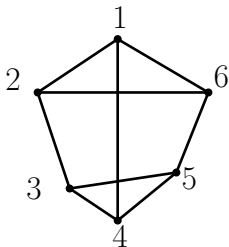
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

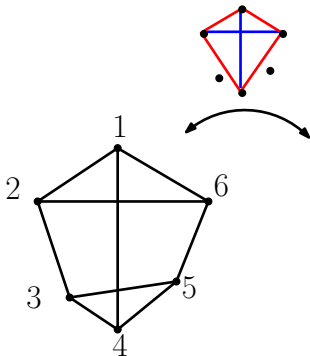
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

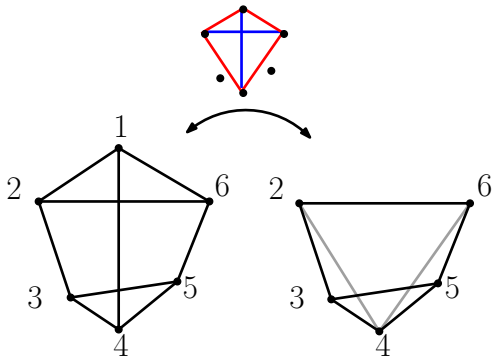
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

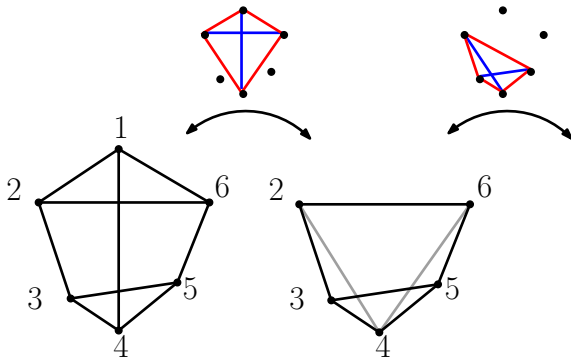
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

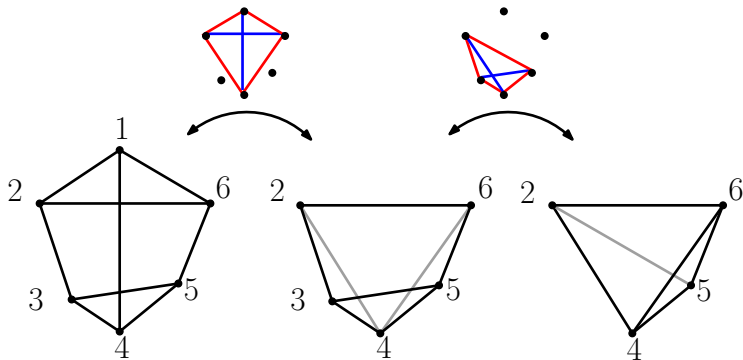
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

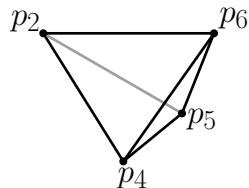
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

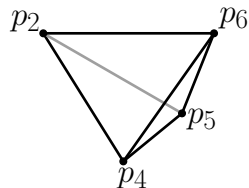
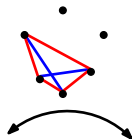
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

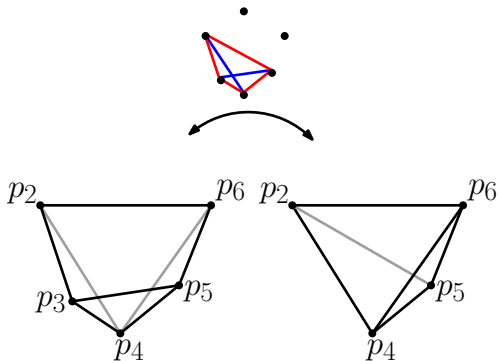
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

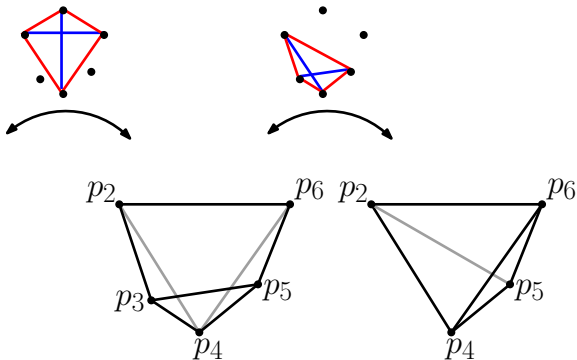
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

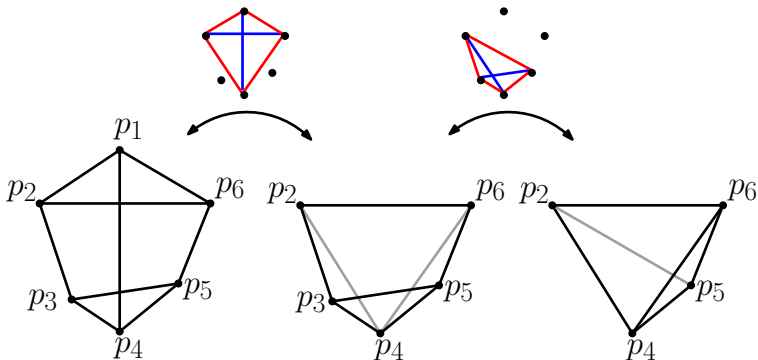
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

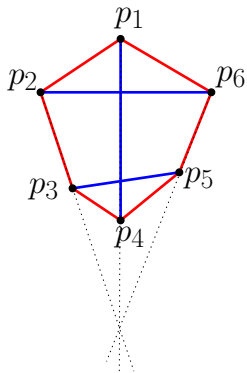
Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .



Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .

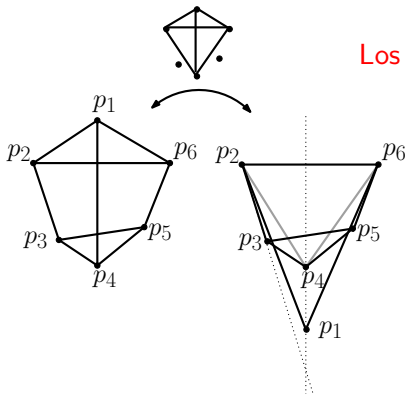


Los dos triángulos deben estar en posición perspectiva.

Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .

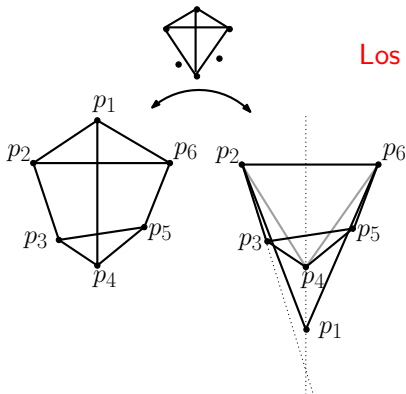


Los dos triángulos deben estar en posición perspectiva.

Recomposición

Para aquellas descomposiciones combinatorias en que cada “átomo” introduce al menos una arista nueva:

Dar la vuelta a la descomposición de G caracteriza los vértices P sobre los que puede haber una tensegridad con grafo G .



Los dos triángulos deben estar en
posición perspectiva.
¿Una ayuda?

Tensegridades:
la última
geometría de
Miguel

David Orden
Martín

Miguel y las
tensegridades

Definición

Problema

Átomos

Herramienta

Ejemplos

En \mathbb{R}^2

En \mathbb{R}^3

Otra

herramienta

Aplicaciones

Arte

Acampada

Arquitectura

Biología

Ocio

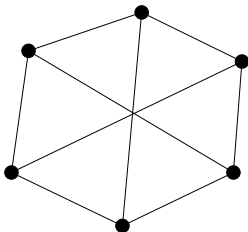
Bricolaje

Bibliografía

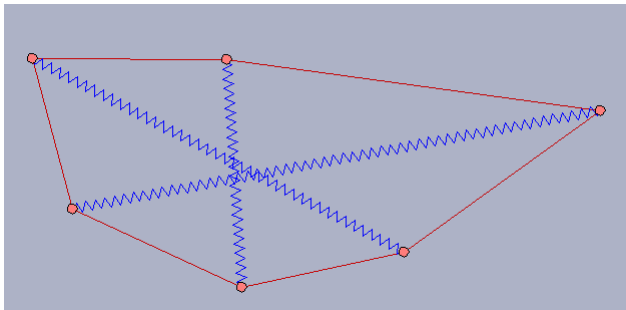
Ejemplos

Ejemplos en \mathbb{R}^2

- Un grafo 3-regular con 6 vértices:

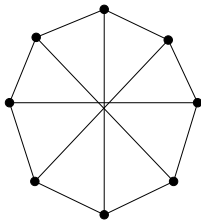
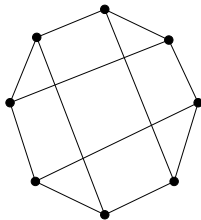
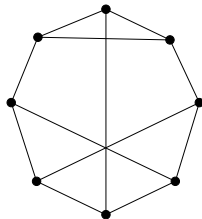
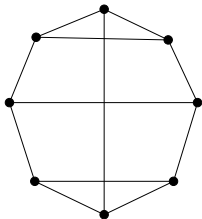
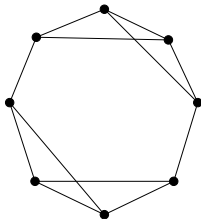


Ejemplos en \mathbb{R}^2

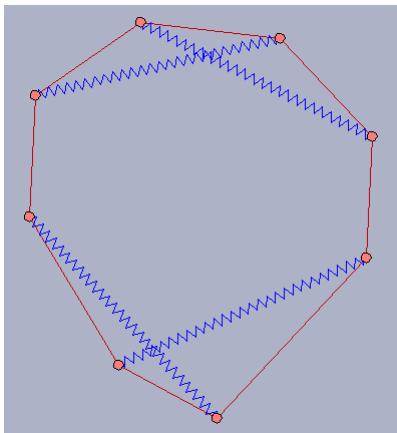


Ejemplos en \mathbb{R}^2

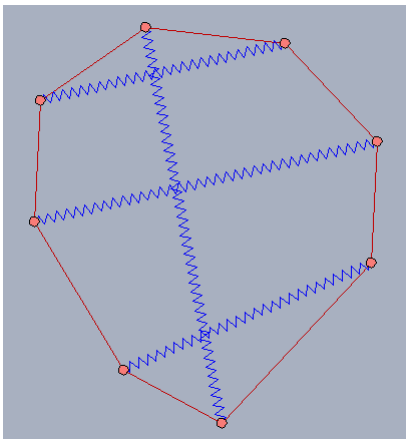
- Grafos 3-regulares con 8 vértices:



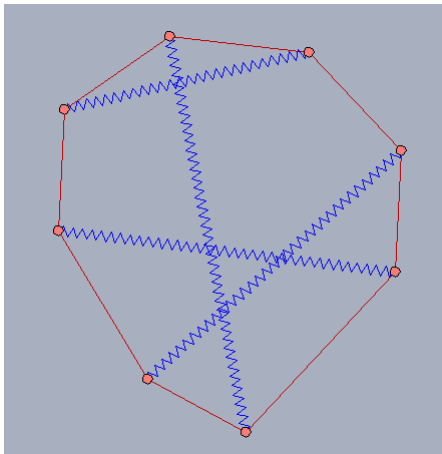
Ejemplos en \mathbb{R}^2



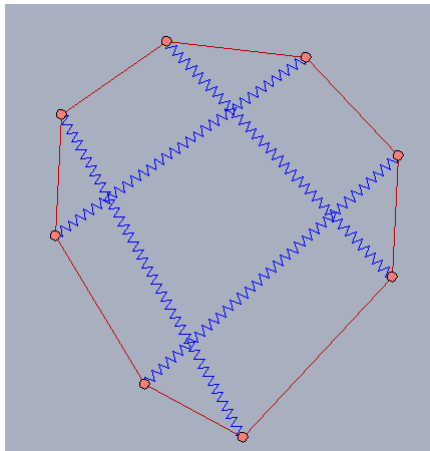
Ejemplos en \mathbb{R}^2



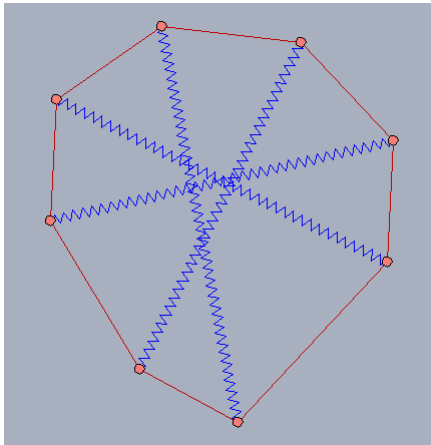
Ejemplos en \mathbb{R}^2



Ejemplos en \mathbb{R}^2

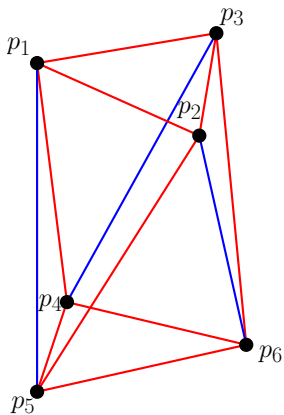


Ejemplos en \mathbb{R}^2



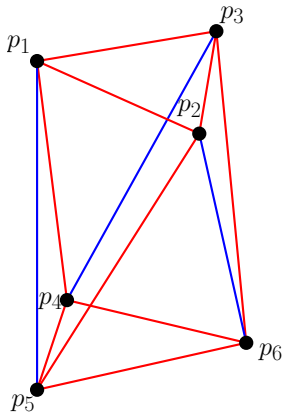
Ejemplos en \mathbb{R}^3

- Grafo del *prisma triangular oblicuo*:



Ejemplos en \mathbb{R}^3

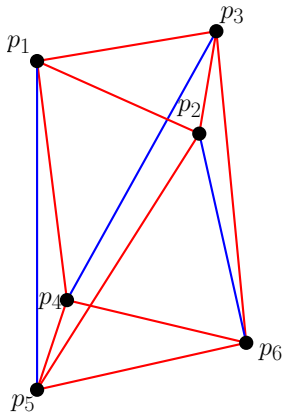
- Grafo del *prisma triangular oblicuo*:



Los seis vértices están en un hiperboloide reglado que contiene las aristas de uno de los tres ciclos de longitud cuatro del grafo.

Ejemplos en \mathbb{R}^3

- Grafo del *prisma triangular oblicuo*:



Los seis vértices están en un hiperboloide reglado que contiene las aristas de uno de los tres ciclos de longitud cuatro del grafo.

¿MÁS DETALLES?

SÍ

NO

- La **matriz de rigidez** $R(P)$ de un armazón $G(P)$ tiene tamaño $\binom{n}{2} \times nd$ y se define así:

$$\begin{array}{l} \text{arista } 12 \rightarrow \\ \text{arista } 13 \rightarrow \\ \vdots \end{array} \left(\begin{array}{ccccccc} p_1 - p_2 & p_2 - p_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ p_1 - p_3 & 0 & p_3 - p_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p_{n-1} - p_n & p_n - p_{n-1} \end{array} \right)$$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{p_1} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{p_2}$

- La **matriz de rigidez** $R(P)$ de un armazón $G(P)$ tiene tamaño $\binom{n}{2} \times nd$ y se define así:
 - Cada fila corresponde a una arista.

$$\begin{array}{l} \text{arista 12} \rightarrow \\ \text{arista 13} \rightarrow \\ \vdots \end{array} \left(\begin{array}{ccccccc} p_1 - p_2 & p_2 - p_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ p_1 - p_3 & 0 & p_3 - p_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p_{n-1} - p_n & p_n - p_{n-1} \end{array} \right)$$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{p_1} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{p_2}$

- La **matriz de rigidez** $R(P)$ de un armazón $G(P)$ tiene tamaño $\binom{n}{2} \times nd$ y se define así:
 - Cada fila corresponde a una arista.

$$\begin{array}{l} \text{arista 12} \rightarrow \\ \text{arista 13} \rightarrow \\ \vdots \end{array} \left(\begin{array}{ccccccc} p_1 - p_2 & p_2 - p_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ p_1 - p_3 & 0 & p_3 - p_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p_{n-1} - p_n & p_n - p_{n-1} \end{array} \right)$$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{p_1} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{p_2}$

- La **matriz de rigidez** $R(P)$ de un armazón $G(P)$ tiene tamaño $\binom{n}{2} \times nd$ y se define así:
 - Cada fila corresponde a una arista.
 - Cada bloque de d columnas corresponde a un vértice y guarda sus aristas incidentes.

$$\begin{array}{l} \text{arista } 12 \rightarrow \\ \text{arista } 13 \rightarrow \\ \vdots \end{array} \left(\begin{array}{cccccccc} p_1 - p_2 & p_2 - p_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ p_1 - p_3 & 0 & p_3 - p_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p_{n-1} - p_n & p_n - p_{n-1} \end{array} \right)$$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{p_1} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{p_2}$

- La **matriz de rigidez** $R(P)$ de un armazón $G(P)$ tiene tamaño $\binom{n}{2} \times nd$ y se define así:
 - Cada fila corresponde a una arista.
 - Cada bloque de d columnas corresponde a un vértice y guarda sus aristas incidentes.

$$\begin{array}{l} \text{arista } 12 \rightarrow \\ \text{arista } 13 \rightarrow \\ \vdots \end{array} \left(\begin{array}{cccccccc} p_1 - p_2 & p_2 - p_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & & 0 \\ p_1 - p_3 & 0 & p_3 - p_1 & 0 & \dots & 0 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p_{n-1} - p_n & p_n - p_{n-1} & \end{array} \right)$$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{p_1} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{p_2}$

- La **matriz de rigidez** $R(P)$ de un armazón $G(P)$ tiene tamaño $\binom{n}{2} \times nd$ y se define así:
 - Cada fila corresponde a una arista.
 - Cada bloque de d columnas corresponde a un vértice y guarda sus aristas incidentes.

$$\begin{array}{l}
 \text{arista } 12 \rightarrow \\
 \text{arista } 13 \rightarrow \\
 \vdots
 \end{array}
 \rightarrow
 \left(
 \begin{array}{cccccccc}
 p_1 - p_2 & p_2 - p_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 p_1 - p_3 & 0 & p_3 - p_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p_{n-1} - p_n & p_n - p_{n-1}
 \end{array}
 \right)$$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{p_1}$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{p_2}$

- Así el equilibrio para una auto-tensión w se expresa como:

$$w \cdot R(P) = 0$$

- La **matriz de rigidez** $R(P)$ de un armazón $G(P)$ tiene tamaño $\binom{n}{2} \times nd$ y se define así:
 - Cada fila corresponde a una arista.
 - Cada bloque de d columnas corresponde a un vértice y guarda sus aristas incidentes.

$$\begin{array}{l}
 \text{arista } 12 \rightarrow \\
 \text{arista } 13 \rightarrow \\
 \vdots
 \end{array}
 \rightarrow
 \left(
 \begin{array}{cccccccc}
 p_1 - p_2 & p_2 - p_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & & 0 \\
 p_1 - p_3 & 0 & p_3 - p_1 & 0 & \dots & 0 & & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p_{n-1} - p_n & p_n - p_{n-1} & 0
 \end{array}
 \right)$$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{p_1}$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{p_2}$

- Así el equilibrio para una auto-tensión w se expresa como:

$$w \cdot R(P) = 0$$

- Esta ecuación tiene variables de dos tipos; w_{ij} 's y x_k 's.

Otra herramienta

- Podemos eliminar las variables w_{ij} 's para, en cada paso de la recomposición, obtener condiciones para los vértices (en las variables x_k 's).

- Podemos eliminar las variables w_{ij} 's para, en cada paso de la recomposición, obtener condiciones para los vértices (en las variables x_k 's).
- En el ejemplo, tomando los puntos

$$p_1 = (0, 0, 0), p_2 = (1, 1, 1), p_3 = (0, 1, 0), p_4 = (1, 0, 0), p_5 = (0, 0, 1)$$

y $p_6 = (x, y, z)$ con coordenadas genéricas, se obtiene:

- Podemos eliminar las variables w_{ij} 's para, en cada paso de la recomposición, obtener condiciones para los vértices (en las variables x_k 's).
- En el ejemplo, tomando los puntos

$$p_1 = (0, 0, 0), p_2 = (1, 1, 1), p_3 = (0, 1, 0), p_4 = (1, 0, 0), p_5 = (0, 0, 1)$$

y $p_6 = (x, y, z)$ con coordenadas genéricas, se obtiene:

$$x^2 - y^2 - z^2 - x + y + z = 0.$$

- Podemos eliminar las variables w_{ij} 's para, en cada paso de la recomposición, obtener condiciones para los vértices (en las variables x_k 's).

- En el ejemplo, tomando los puntos

$$p_1 = (0, 0, 0), p_2 = (1, 1, 1), p_3 = (0, 1, 0), p_4 = (1, 0, 0), p_5 = (0, 0, 1)$$

y $p_6 = (x, y, z)$ con coordenadas genéricas, se obtiene:

$$x^2 - y^2 - z^2 - x + y + z = 0.$$

- Este hiperboloide reglado da una **condición necesaria**, cuya suficiencia se puede comprobar también simbólicamente.

Otra herramienta

- Podemos eliminar las variables w_{ij} 's para, en cada paso de la recomposición, obtener condiciones para los vértices (en las variables x_k 's).

- En el ejemplo, tomando los puntos

$$p_1 = (0, 0, 0), p_2 = (1, 1, 1), p_3 = (0, 1, 0), p_4 = (1, 0, 0), p_5 = (0, 0, 1)$$

y $p_6 = (x, y, z)$ con coordenadas genéricas, se obtiene:

$$x^2 - y^2 - z^2 - x + y + z = 0.$$

- Este hiperboloide reglado da una **condición necesaria**, cuya suficiencia se puede comprobar también simbólicamente.
- Finalmente, este hiperboloide contiene las aristas del cuadrilátero $p_2p_3p_4p_5$ y del resto de **descomposiciones** posibles se obtienen el resto de **cuadriláteros**.

Tensegridades:
la última
geometría de
Miguel

David Orden
Martín

Miguel y las
tensegridades

Definición

Problema

Átomos

Herramienta

Ejemplos

En \mathbb{R}^2

En \mathbb{R}^3

Otra

herramienta

Aplicaciones

Arte

Acampada

Arquitectura

Biología

Ocio

Bricolaje

Bibliografía

Aplicaciones

Tensegridades:
la última
geometría de
Miguel

Esculturas y montajes

David Orden
Martín

Miguel y las
tensegridades

Definición
Problema
Átomos
Herramienta

Ejemplos

En \mathbb{R}^2
En \mathbb{R}^3
Otra
herramienta

Aplicaciones

Arte
Acampada
Arquitectura
Biología
Ocio
Bricolaje

Bibliografía



<http://www.kennethsnelson.net>

Tiendas de campaña

David Orden
Martín

Miguel y las
tensegridades

Definición
Problema
Átomos
Herramienta

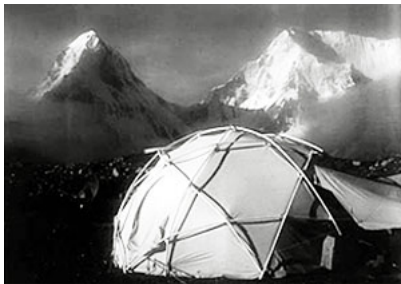
Ejemplos

En \mathbb{R}^2
En \mathbb{R}^3
Otra
herramienta

Aplicaciones

Arte
Acampada
Arquitectura
Biología
Ocio
Bricolaje

Bibliografía



NORTH STAR
↑↑↑↑
The ultimate in expedition and family camping tents. The North Star also has a full coverage fly and 58.25 sq. ft. of interior floor space.

adjustable strap system for control condensation.

...the geodesic concept coupled with the integrity of design and construction THE NORTH FACE is famous for bring you the finest line of geodesic tents in the world.
For more information on THE NORTH FACE geodesic tent line visit your local NORTH FACE dealer or drop us a post card.

THE NORTH FACE
1234 FIFTH STREET
DEPARTMENT GEO
BERKELEY, CA. 94710

<http://www.oregonphotos.com/Backpacking-Revolution1.html>

Tensegridades:
la última
geometría de
Miguel

Tiendas de campaña

David Orden
Martín

Miguel y las
tensegridades

Definición
Problema
Átomos
Herramienta

Ejemplos

En \mathbb{R}^2
En \mathbb{R}^3
Otra
herramienta

Aplicaciones

Arte
Acampada
Arquitectura
Biología
Ocio
Bricolaje

Bibliografía



<http://danaung.stanford.edu/portfolio/tensegrity>

Tensegridades:
la última
geometría de
Miguel

Cubiertas

David Orden
Martín

Miguel y las
tensegridades

Definición
Problema
Átomos
Herramienta

Ejemplos

En \mathbb{R}^2

En \mathbb{R}^3

Otra
herramienta

Aplicaciones

Arte
Acampada
Arquitectura

Biología

Ocio

Bricolaje

Bibliografía



<http://www.columbia.edu/cu/gsap/BT/DOMES/GEORGIA/g-anal.html>

Tensegridades:
la última
geometría de
Miguel

David Orden
Martín

Miguel y las
tensegridades

Definición
Problema
Átomos
Herramienta

Ejemplos

En \mathbb{R}^2

En \mathbb{R}^3

Otra
herramienta

Aplicaciones

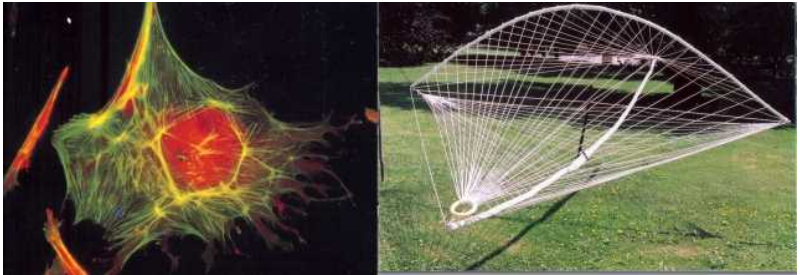
Arte
Acampada
Arquitectura

Biología

Ocio
Bricolaje

Bibliografía

Esqueleto de las células



[http://www.childrenshospital.org/research/Site2029/
mainpageS2029P23sublevel24.html](http://www.childrenshospital.org/research/Site2029/mainpageS2029P23sublevel24.html)

Tensegridades:
la última
geometría de
Miguel

David Orden
Martín

Miguel y las
tensegridades

Definición
Problema
Átomos
Herramienta

Ejemplos

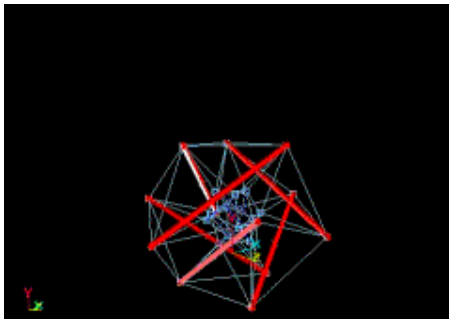
En \mathbb{R}^2
En \mathbb{R}^3
Otra
herramienta

Aplicaciones

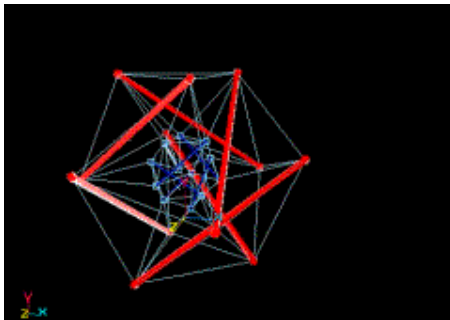
Arte
Acampada
Arquitectura
Biología
Ocio
Bricolaje

Bibliografía

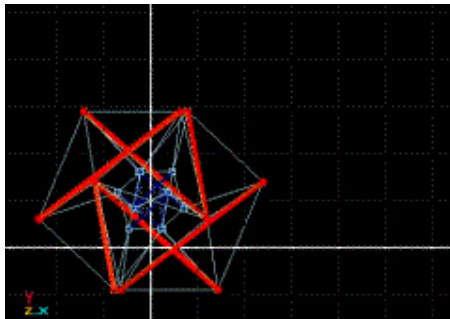
Esqueleto de las células



Esqueleto de las células



Esqueleto de las células



Tensegridades:
la última
geometría de
Miguel

Parques infantiles

David Orden
Martín

Miguel y las
tensegridades

Definición
Problema
Átomos
Herramienta

Ejemplos

En \mathbb{R}^2
En \mathbb{R}^3
Otra
herramienta

Aplicaciones

Arte
Acampada
Arquitectura
Biología
Ocio
Bricolaje

Bibliografía



[http://www.news.cornell.edu/chronicle/
97/2.20.97/AAAS_Connelly.html](http://www.news.cornell.edu/chronicle/97/2.20.97/AAAS_Connelly.html)

Tensegridades:
la última
geometría de
Miguel

Una sugerencia

David Orden
Martín

Miguel y las
tensegridades

Definición
Problema
Átomos
Herramienta

Ejemplos

En \mathbb{R}^2

En \mathbb{R}^3

Otra
herramienta

Aplicaciones

Arte
Acampada
Arquitectura
Biología
Ocio
Bricolaje

Bibliografía



http://yakko.bme.virginia.edu/lab/tensegrity_coffee_table.htm

Bibliografía I



D.L.D. Caspar and A. Klug.

Physical principles in the construction of regular viruses.
*In Proceedings of Cold Spring Harbor Symposium on
Quantitative Biology*, 27:1–24, 1962.



R. Connelly and W. Whiteley.

Second-order rigidity and prestress stability for tensegrity
frameworks.
SIAM Journal of Discrete Mathematics, 9(3):453–491,
August 1996.



H. Crapo.

Structural rigidity.
Structural Topology 1:26–45, 1979.

Bibliografía II



M. de Guzmán

Foro de tensegridades.

<http://usuarios.bitmailer.com/mdeguzman/tensegridad>



M. de Guzmán and D. Orden.

From graphs to tensegrity structures: Geometric and symbolic approaches

Publicacions Matemàtiques, in press, 2006.



D.E. Ingber.

Cellular tensegrity: defining new rules of biological design that govern the cytoskeleton.

Journal of Cell Science, 104:613–627, 1993.



U. Kortenkamp, J. Richter-Gebert

Cinderella. <http://www.cinderella.de>

Bibliografía III



R. Motro.

Tensegrity: Structural systems for the future.

Kogan Page Science, London, 2003.



S. Pellegrino and A.G. Tibert.

Review of form-finding methods for tensegrity structures.

International Journal of Space Structures,

18(4):209–223(15), December 2003.



B. Roth and W. Whiteley.

Tensegrity frameworks.

Transactions of the American Mathematical Society,

265:419–446, 1981.



R.E. Skelton.

Deployable tendon-controlled structure.

United States Patent 5 642 590, July 1, 1997.

Bibliografía IV



K. Snelson.

<http://www.kennethsnelson.net>



J. Szabo and L. Kollár.

Structural design of cable-suspended roofs.

Akademiai Kiado, Budapest 1984.



A.G. Tibert.

Deployable tensegrity structures for space applications.

Ph.D. Thesis, *Royal Institute of Technology*, Stockholm
2002.



Wikipedia.

<http://en.wikipedia.org/wiki/Tensegrity>

Tensegridades:
la última
geometría de
Miguel

David Orden
Martín

Miguel y las
tensegridades

Definición
Problema
Átomos
Herramienta

Ejemplos

En \mathbb{R}^2
En \mathbb{R}^3
Otra
herramienta

Aplicaciones

Arte
Acampada
Arquitectura
Biología
Ocio
Bricolaje

Bibliografía

Tensegridades: la última geometría de Miguel

David Orden Martín

<http://www2.uah.es/ordend>

