Departamento de Matemáticas, Universidad de Alcalá

Matemática Discreta (ITST, ITSE, ITT) **Refuerzo curso 2007-2008**

Práctica 2
(Grafos)

1. Construir el grafo que tiene como vértices las posibles parejas de números entre 1 y 5, unidos por una arista si las correspondientes parejas no comparten ningún número.

2. Escribir la matriz de adyacencia de los siguientes grafos y decidir si son o no regulares:

   (a) El grafo bipartido completo $K_{n,m}$.

   (b) El grafo cubo Q_n, cuyos vértices son los números binarios de n cifras, unidos por una arista cuando difieren sólo en una cifra.

3. Dado el grafo $G = (V, A)$ con $V = \{1, \ldots, 6\}$ y $A = \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{1, 6\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 6\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}\}$, se pide:

   (a) Determinar si G es plano y, si se puede, dibujar una representación plana de G con aristas rectas.

   (b) Obtener la matriz de adyacencia de G.

   (c) Determinar si el subgrafo G' de vértices $V' = \{1, 2, 3, 5\}$ es conexo, usando su matriz de adyacencia.

   (d) Determinar cuántos caminos de longitud 3 hay en G' entre los vértices 2 y 5.

   (e) Determinar si G es euleriano o posee algún camino euleriano.

   (f) Si añadimos un séptimo vértice, ¿a cuáles de los seis primeros puede estar unido para que el nuevo grafo sea euleriano? Hacerlo y construir un circuito euleriano usando el algoritmo de Fleury.

   (g) Determinar si el grafo G es hamiltoniano. Si lo es, buscar un circuito de Hamilton.

   (h) Obtener un árbol generador del grafo G.

4. Suponiendo que en el grafo del ejercicio 2 las aristas están dirigidas $(1, 2), (1, 4), (2, 3), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 3), (6, 2), (6, 5)$, se pide:

   (a) Obtener la matriz de adyacencia del grafo orientado.

   (b) Usando ésta, determinar cuántos caminos hay entre 3 y 6, y de qué longitudes. ¿Y entre 6 y 3?

5. Suponiendo que en el grafo del ejercicio 2 las aristas tienen pesos $c_{12} = 1, c_{15} = 3, c_{16} = 4, c_{23} = 2, c_{24} = 3, c_{25} = 2, c_{34} = 3, c_{36} = 1$, $c_{45} = 4, c_{56} = 5$, se pide:

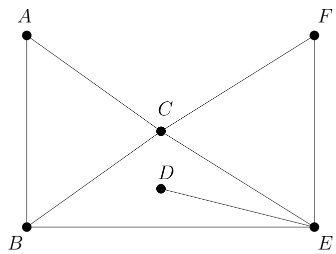
   (a) Obtener un árbol generador minimal de G.

   (b) Obtener un camino de peso mínimo entre 2 y 6.

6. El grafo de la figura representa las paradas de una ruta escolar y las conexiones posibles entre ellas. Se pide:

   (a) Decidir si es posible recorrer todas las calles una sola vez, aunque se pase más de una vez por alguna parada. Si es así, encontrar un recorrido con esas condiciones.

   (b) Decidir si es posible encontrar un recorrido así que vuelva al punto de partida. En ese caso, dar un recorrido que comience y termine en B.



7. Los posibles costes, en miles de euros, de conectar Guadalajara, Azuqueca, Alcalá, Torrejón y San Fernando mediante un metro ligero son:

	Guadalajara	Azuqueca	Alcalá	Torrejón
Azuqueca	14			
Alcalá	38	12		
Torrejón	10	35	18	
San Fernando	26	9	13	28

   Decidir qué tramos deben construirse para que todas las ciudades queden conectadas y el coste sea el menor posible.

8. Queremos conectar 6 ordenadores en red usando 9 cables, de manera que cada ordenador esté conectado a otros 3. ¿Es posible? ¿Se puede hacer de varias formas? ¿Y 7 ordenadores usando 10 cables?

9. Cinco amigos A, B, C, D, E quieren comunicar sus ordenadores para jugar en red. Los costes conocidos, en segundos, de enviar datos entre sus ordenadores son:

	A	B	C	D
B	3			
C		2		
D		6		
E	5		3	1

Decidir, aplicando el algoritmo correspondiente, cómo deben estar conectados los ordenadores para que A y C tarden lo menos posible en comunicarse.