PASO DE IMPLÍCITAS A PARAMÉTRICAS:

"Dado un sistema homogéneo $A\cdot\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$ de $\underline{s}$ ecuaciones y $\underline{n}$ incógnitas, encontrar vectores que generen el subespacio vectorial $\underline{S}$ formado por las soluciones"

OBSERVACIÓN: Este problema equivale a hallar $S = \ker(A)$.

↳ Si rango(A) = r, el sistema tendrá n-r parámetros.

Basta con resolverlo en función de esos parámetros.

EJEMPLOS:

1) $\boxed{S = \left\{ \begin{array}{l} x+y+z=0 \\ x+2y-z=0 \end{array} \right.} = \left\{ \begin{array}{l} x+y+z=0 \\ y-2z=0 \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} x=-y-z \\ y=2z \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} x=-2z-z \\ y=2z \end{array} \right. =$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right)$

$= \left\{ \begin{array}{l} x=-3z \\ y=2z \end{array} \right. =$

rango = 2 $\Longrightarrow$ 3 - 2 = 1 parámetro

$= \{(-3z, 2z, z) \mid z \in \mathbb{R}\} = \{z\cdot(-3,2,1) \mid z\in\mathbb{R}\} = \boxed{\mathcal{L}(\{(-3,2,1)\})}$

2) $S = \{x+3y-5z=0\} = \{x=-3y+5z\} = \{(-3y+5z, y, z) \mid y,z\in\mathbb{R}\} =$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -5 & 0 \end{array}\right)$ rango = 1 $\Longrightarrow$ 3 - 1 = 2 parámetros

$= \left\{ y\cdot\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z\cdot\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \,\middle|\, y,z\in\mathbb{R} \right\} = \mathcal{L}(\{(-3,1,0), (5,0,1)\})$

▷ Se puede comprobar que $\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ cumplen la ecuación inicial.

david.orden@uah.es //www2.uah.es/ordend