Práctica 5: Matrices. Sistemas de ecuaciones lineales.
EJERCICIOS BÁSICOS

1. Calcular el rango de las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7/2 & -3 \\ 4 & 1 & -4 \\ 4/3 & 2/7 & -1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R}), \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 9 & -8 \\ 2 & -4 & -6 & 3 \\ 7 & -5 & -8 & 6 \\ -6 & 7 & 4 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$$

2. Calcular la inversa de las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -6 & -2 \\ -2 & 2 & 3 \\ 5 & -5 & -2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R}), \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 5 & -2 & -6 \\ 3 & -4 & -2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{Z}_7)$$

3. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\text{(a)} \left\{ \begin{array}{r} x+y-z+t=2 \\ 2x+3y-4z+5t=5 \\ 3y+z+2t=10 \\ x-4y-3z+4t=9 \end{array} \right\} \text{ en } \mathbb{Z}_{11} \qquad \text{(b)} \left\{ \begin{array}{r} x+y-z+t=4 \\ 2x-3y-4z+5t=0 \\ 15y+5z+10t=25 \\ x-4y-3z+4t=-4 \end{array} \right\} \text{ en } \mathbb{R}$$

4. Resolver los sistemas dados por las siguientes matrices ampliadas:

$$\text{(a)} \left(\begin{array}{rrr|r} 2 & -4 & -11 & 2 \\ -3 & 6 & 7 & -2 \\ -2 & 5 & -5 & 3 \end{array} \right) \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R}), \qquad \text{(b)} \left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -2 & -8 & 3 \\ 4 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & -6 & -7 & 2 \\ 2 & -3 & 4 & 5 \end{array} \right) \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{Z}_{11})$$

5. Discutir, en función del parámetro λ, los siguientes sistemas:

$$\text{(a)} \left\{ \begin{array}{r} x+2y+\lambda z=-3 \\ 3x-2y-4z=-\lambda \\ -7x+2y+4z=-2 \end{array} \right\} \text{ en } \mathbb{R} \qquad \text{(b)} \left\{ \begin{array}{r} x+y+z=\lambda \\ x+\lambda y+z=1 \\ x+y+\lambda z=1 \\ \lambda x+y+z=1 \end{array} \right\} \text{ en } \mathbb{R}$$

6. Resolver, cuando sea posible, los sistemas del ejercicio anterior.

EJERCICIOS DE REFUERZO

1. Calcular el rango de las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3/4 & -2 & 4/3 & 3/2 \\ -5/7 & -1/2 & 5/7 & 5/6 \\ 10/9 & 2/5 & 2/3 & 6/5 \\ 1/2 & 2/3 & 4/3 & 5/4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{R}), \qquad B = \begin{pmatrix} -26 & -3 & 5 & 6 \\ 35 & 3 & 1 & -2 \\ 16 & 2 & -2 & 4 \\ -23 & -4 & 3 & -3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{5\times 5}(\mathbb{Z}_7)$$

2. Calcular la inversa de las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 25 & -7 \\ 3 & 2 & -3 & 5 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{R}), \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & -4 & -1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{Z}_7)$$

3. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\text{(a)} \left\{ \begin{array}{r} x + 2y - 3z + s - t = 9 \\ 4x + 2y + 5z - 3t = 7 \\ 3x + 5z - 7t = 8 \\ 5x + 3y - 4z + 3t = 6 \end{array} \right\} \text{ en } \mathbb{Z}_{11} \qquad \text{(b)} \left\{ \begin{array}{r} x + 2y - 3z + s - t = 9 \\ 4x + 2y + 5z - 3t = 7 \\ 3x + 5z - 7t = 8 \\ 5x + 3y - 4z + 3t = 6 \end{array} \right\} \text{ en } \mathbb{R}$$

4. Resolver los sistemas dados por las siguientes matrices ampliadas:

$$\text{(a)} \left(\begin{array}{rrr|r} 2/5 & 3 & -11/2 & 2/3 \\ 5 & -4 & 2/9 & -3 \\ -3 & 2 & 6 & -7/5 \end{array} \right) \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R}), \qquad \text{(b)} \left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -2 & -8 & 3 \\ 4 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & -6 & -7 & 2 \\ 2 & -3 & 4 & 5 \end{array} \right) \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{Z}_7)$$

5. Discutir, en función del parámetro λ, los siguientes sistemas:

$$\text{(a)} \left\{ \begin{array}{r} x + 2y + \lambda z = -3 \\ 3x - 2y - 4z = -\lambda \\ -7x + 2y + 4z = -2 \end{array} \right\} \text{ en } \mathbb{Z}_{11} \qquad \text{(b)} \left\{ \begin{array}{r} x + y + z = \lambda \\ x + \lambda y + z = 1 \\ x + y + \lambda z = 1 \\ \lambda x + y + z = 1 \end{array} \right\} \text{ en } \mathbb{Z}_3$$

6. Resolver, cuando sea posible, los sistemas del ejercicio anterior.

EJERCICIOS DE PROFUNDIZACIÓN

1. Investigar el *Método de Bareiss* para triangular una matriz.