DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS, UNIVERSIDAD DE ALCALÁ

Matemática Discreta (ITST, ITSE, ITT) **Refuerzo curso 2006-2007**

Práctica 2
(Grafos)

1. Construir el grafo que tiene como vértices las posibles parejas de números entre 1 y 5, unidos por una arista si las correspondientes parejas no comparten ningún número.

2. Escribir la matriz de adyacencia de los siguientes grafos y decidir si son o no regulares:

   (a) El grafo bipartido completo $K_{n,m}$.

   (b) El grafo cubo Q_n, cuyos vértices son los números binarios de n cifras, unidos por una arista cuando difieren sólo en una cifra.

3. Dado el grafo $G = (V, A)$ con $V = \{1, \ldots, 6\}$ y $A = \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{1, 6\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 6\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}\}$, se pide:

   (a) Determinar si G es plano y, si se puede, dibujar una representación plana de G con aristas rectas.

   (b) Obtener la matriz de adyacencia de G.

   (c) Determinar si el subgrafo G' de vértices $V' = \{1, 2, 3, 5\}$ es conexo, usando su matriz de adyacencia.

   (d) Determinar cuántos caminos de longitud 3 hay en G' entre los vértices 2 y 5.

   (e) Determinar si G es euleriano o posee algún camino euleriano.

   (f) Si añadimos un séptimo vértice, ¿a cuáles de los seis primeros puede estar unido para que el nuevo grafo sea euleriano? Hacerlo y construir un circuito euleriano usando el algoritmo de Fleury.

   (g) Determinar si el grafo G es hamiltoniano. Si lo es, buscar un circuito de Hamilton.

   (h) Obtener un árbol generador del grafo G.

4. Suponiendo que en el grafo del ejercicio 2 las aristas tienen pesos $c_{12} = 1, c_{15} = 3, c_{16} = 4, c_{23} = 2, c_{24} = 3, c_{25} = 2, c_{34} = 3, c_{36} = 1, c_{45} = 4, c_{56} = 5$, se pide:

   (a) Obtener un árbol generador minimal de G.

   (b) Obtener un camino de peso mínimo entre 2 y 6.

5. Suponiendo que en el grafo del ejercicio 2 las aristas están dirigidas $(1,2),(1,4),(2,3),(2,5),(3,4),(3,5),(4,6),(5,3),(6,2),(6,5)$, se pide:

   (a) Obtener la matriz de adyacencia del grafo orientado.

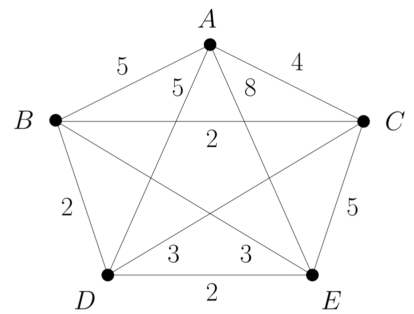
   (b) Usando ésta, determinar cuántos caminos hay entre 3 y 6, y de qué longitudes. ¿Y entre 6 y 3?

6. El grafo de la figura representa las distancias entre los distintos edificios de una universidad y los caminos entre ellos. Se pide:

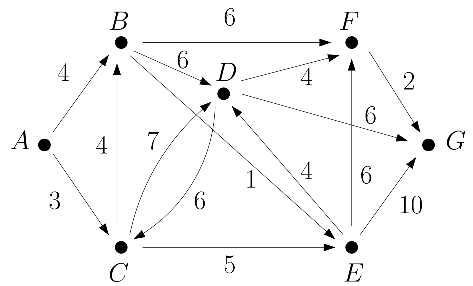
   (a) Decidir si un vigilante puede salir de A, recorrer todos los edificios una sola vez y volver al punto de partida. ¿Y desde B?

   (b) Encontrar un recorrido de longitud mínima que visite todos los edificios y regrese al punto de partida.

   (c) Encontrar un árbol generador de peso mínimo.



7. La red de transporte entre las tiendas de Media Markt en España se representa por el siguiente grafo, que incluye los costes de cada envío entre dos tiendas (en miles de euros):



Se pide encontrar la ruta de transporte de coste mínimo entre A y G:

(a) Si las aristas no estuvieran dirigidas.

(b) En el grafo dirigido que se da.

8. Queremos conectar 6 ordenadores en red usando 9 cables, de manera que cada ordenador esté conectado a otros 3. ¿Es posible? ¿Se puede hacer de varias formas? ¿Y 7 ordenadores usando 10 cables?

9. Cinco amigos A, B, C, D, E quieren comunicar sus ordenadores para jugar en red. Los costes conocidos, en segundos, de enviar datos entre sus ordenadores son:

	A	B	C	D
B	3			
C		2		
D		6		
E	5		3	1

Decidir, aplicando el algoritmo correspondiente, cómo deben estar conectados los ordenadores para que A y C tarden lo menos posible en comunicarse.