```
> restart;
```

---- ALGUNOS EJEMPLOS DE UTILIZACIÓN DE MAPLE ----

EJEMPLO 1: Manipulación de números algebraicos.

Maple permite simplificar expresiones complicadas, como:

```
> expresion:=((1/2+1/2*sqrt(5))^6-(1/2+1/2*sqrt(5))^5-(1/2+1/2*sqrt(5))^3+2)/((1/2+1/2*sqrt(5))^7+2*(1/2+1/2*sqrt(5))^2-(1/2+1/2*sqrt(5))^6-3/2-1/2*sqrt(5)-(1/2+1/2*sqrt(5))^5);
```

$$expresion := \frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^6-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^5-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^3+2}{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^7+2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^2-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^6-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{5}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^5}$$

```
> simplify(expresion);
```

$$\frac{7+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$$

```
> rationalize(%);
```

$$-\frac{1}{4}(7+\sqrt{5})(-3+\sqrt{5})$$

```
> expand(%);
```

$$4-\sqrt{5}$$

```
>
```

EJEMPLO 2: Integración simbólica.

También se puede calcular la integral indefinida de ciertas clases de funciones:

```
> funcion:=x^9/(x^7+3*x^6-5*x^5-23*x^4-8*x^3+40*x^2+48*x+16);
```

$$funcion := \frac{x^9}{x^7+3x^6-5x^5-23x^4-8x^3+40x^2+48x+16}$$

```
> int(funcion,x);
```

$$\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+14x-\frac{32}{27}\frac{1}{x-2}+\frac{32}{9}\ln(x-2)-\frac{32}{x+2}-32\ln(x+2)+\frac{\frac{1}{18}}{(x+1)^2}$$
$$-\frac{31}{27}\frac{1}{x+1}-\frac{50}{9}\ln(x+1)$$

```
> simplify(%);
```

$$\frac{1}{18}(1188+696x+2304\ln(x+2)-256\ln(x-2)+400\ln(x+1)-192\ln(x-2)x^2$$
$$-512\ln(x-2)x+128\ln(x-2)x^3-100\ln(x+1)x^4-200\ln(x+1)x^3$$

$$+300\ln(x+1)x^2+800\ln(x+1)x-576\ln(x+2)x^4-1152\ln(x+2)x^3$$
$$+1728\ln(x+2)x^2+4608\ln(x+2)x+64\ln(x-2)x^4+6x^7-15x^6+180x^5$$
$$+537x^4-1182x^3-2013x^2)\Big/\left((x+1)^2(x^2-4)\right)$$

En particular, aplicando la Regla de Barrow, se pueden calcular también integrales definidas:

```
> int(funcion,x=0..1);
```

$$\frac{463}{24}-32\ln(3)+\frac{206}{9}\ln(2)$$

```
> evalf(%,20);
```

$$.001442228770349180$$

Sin embargo, hay ciertas funciones cuya integral indefinida no se puede calcular:

```
> int(exp(-x^2)*ln(x),x);
```

$$\int \mathbf{e}^{(-x^2)}\ln(x)\,dx$$

Aunque sí es posible aproximar numéricamente una integral definida;

```
> evalf(Int(exp(-x^2)*ln(x),x=0..1));
```

$$-.9059404763$$

```
>
```

EJEMPLO 3: <u>Factorización de polinomios.</u>

Otra característica de Maple es la factorización de polinomios sobre un cuerpo o su clausura algebraica:

```
> polinomio:=2*x^4*z^3+z^5*x^2+x^6*z-10*y^6*x-2*y^6*z-4*y^5*
  z^2-4*y^4*z^3-10*y^2*x+2*x^2*y^3-2*x^2*z^3-10*x^3*z^2+4*y^
  3*z^2+5*z^4*x^3-2*z^5*y^2+10*x^5*z^2-15*x^3*y^4+x^2*y-3*x^
  2*y^5-2*y^3+x^2*z-2*y^7+4*y^5+4*y^2*z^3-2*y^2*z-2*x^4*z-2*
  x^4*y+20*y^4*x+10*x^3*y^2+4*y^4*z+20*y^2*x*z^2-2*z^4*y^3+z
  ^4*x^2*y-2*x^2*z^2*y+2*x^2*y^2*z-20*y^4*z^2*x+x^6*y-3*x^2*
  y^4*z+2*x^4*z^2*y-2*x^2*z^2*y^3-2*x^2*z^3*y^2-10*x^3*z^2*y
  ^2-10*z^4*y^2*x+5*x^7-10*x^5+5*x^3;
```

$$polinomio := 2x^4z^3+z^5x^2+x^6z-10y^6x-2y^6z-4y^5z^2-4y^4z^3-10y^2x+2x^2y^3$$
$$-2x^2z^3-10x^3z^2+4y^3z^2+5z^4x^3-2z^5y^2+10x^5z^2-15x^3y^4+x^2y-3x^2y^5$$
$$-2y^3+x^2z-2y^7+4y^5+4y^2z^3-2y^2z-2x^4z-2x^4y+20y^4x+10x^3y^2+4y^4z$$
$$+20y^2xz^2-2z^4y^3+z^4x^2y-2x^2z^2y+2x^2y^2z-20y^4z^2x+x^6y-3x^2y^4z$$
$$+2x^4z^2y-2x^2z^2y^3-2x^2z^3y^2-10x^3z^2y^2-10z^4y^2x+5x^7-10x^5+5x^3$$

```
> factor(polinomio);
```

$$(x^2-2y^2)(5x+y+z)(x^2+y^2+z^2-1)^2$$

```
> factor(polinomio,sqrt(2));
```

$$polinomio$$

Por lo tanto, el conjunto de ceros del polinomio en los números complejos está formado por tres planos y una esfera doble.

```
>
```

EJEMPLO 4: Sistemas de ecuaciones algebraicas.

Otra posibilidad muy útil es la resolución de sistemas de ecuaciones:

```
> ecuacion1:=y^2-x^2-1; #OJO; la ecuación es ese polinomio
  igualado a cero.
  ecuacion2:=x^2+z^2-4;
  ecuacion3:=x^3-2*x-2+z^2+x*z^2*y^2-x^3*z^2-x*z^2;
```

$$ecuacion1 := y^2 - x^2 - 1$$

$$ecuacion2 := x^2 + z^2 - 4$$

$$ecuacion3 := x^3 - 2\,x - 2 + z^2 + x\,z^2\,y^2 - x^3\,z^2 - x\,z^2$$

```
> solve({ecuacion1,ecuacion2,ecuacion3});
```

$$\{y = \mathrm{RootOf}(\_Z^2 - 2),\, x = 1,\, z = \mathrm{RootOf}(-3 + \_Z^2)\},$$
$$\{x = \mathrm{RootOf}(\_Z^2 - 2),\, y = \mathrm{RootOf}(-3 + \_Z^2),\, z = \mathrm{RootOf}(\_Z^2 - 2)\}$$

Es decir, el sistema tiene 12 soluciones, dadas por x=1,y=+/-sqrt(2),z=+/-sqrt(3) ó x=+/-sqrt(2),y=+/-sqrt(3),z=+/-sqrt(2).

También se puede manipular un sistema para obtener uno equivalente que resulte más fácil de resolver:

```
> GB:=Groebner[gbasis]([ecuacion1,ecuacion2,ecuacion3],plex(
  y,z,x));
```

$$GB := [x^3 - 2\,x + 2 - x^2,\, x^2 + z^2 - 4,\, y^2 - x^2 - 1]$$

```
>
```

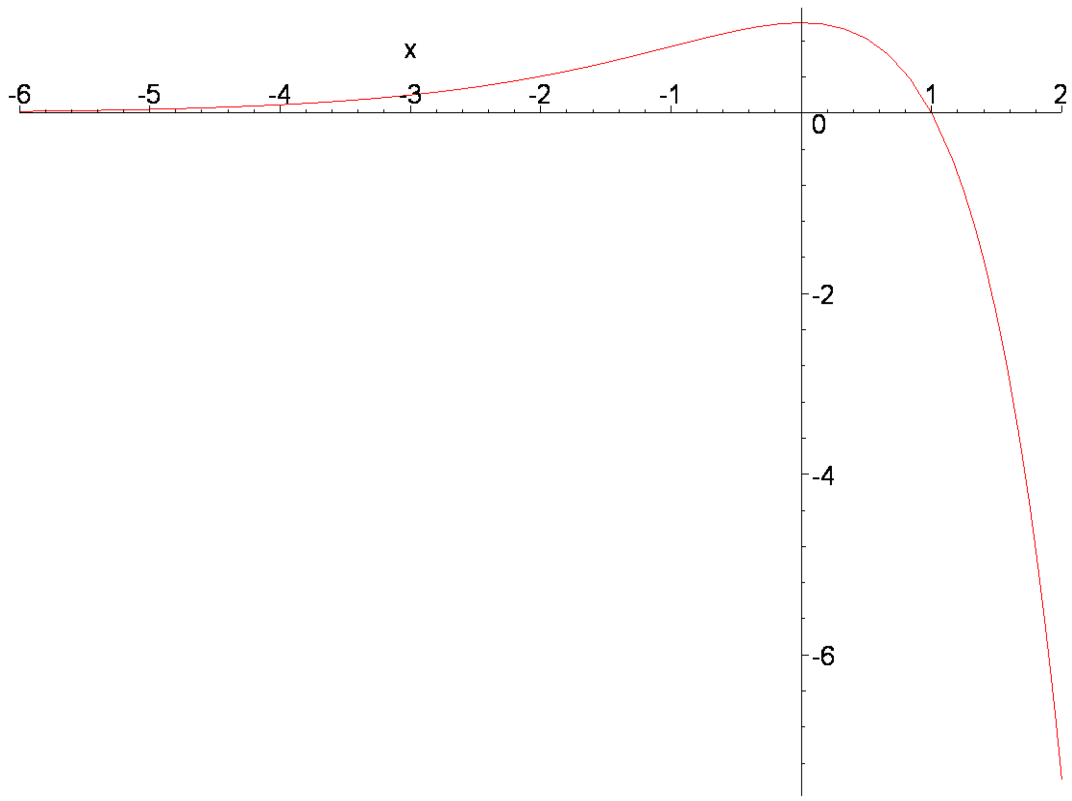
EJEMPLO 5: Gráficas de funciones.

Con Maple se pueden calcular múltiples tipos de gráficos, utilizando los paquetes adecuados:

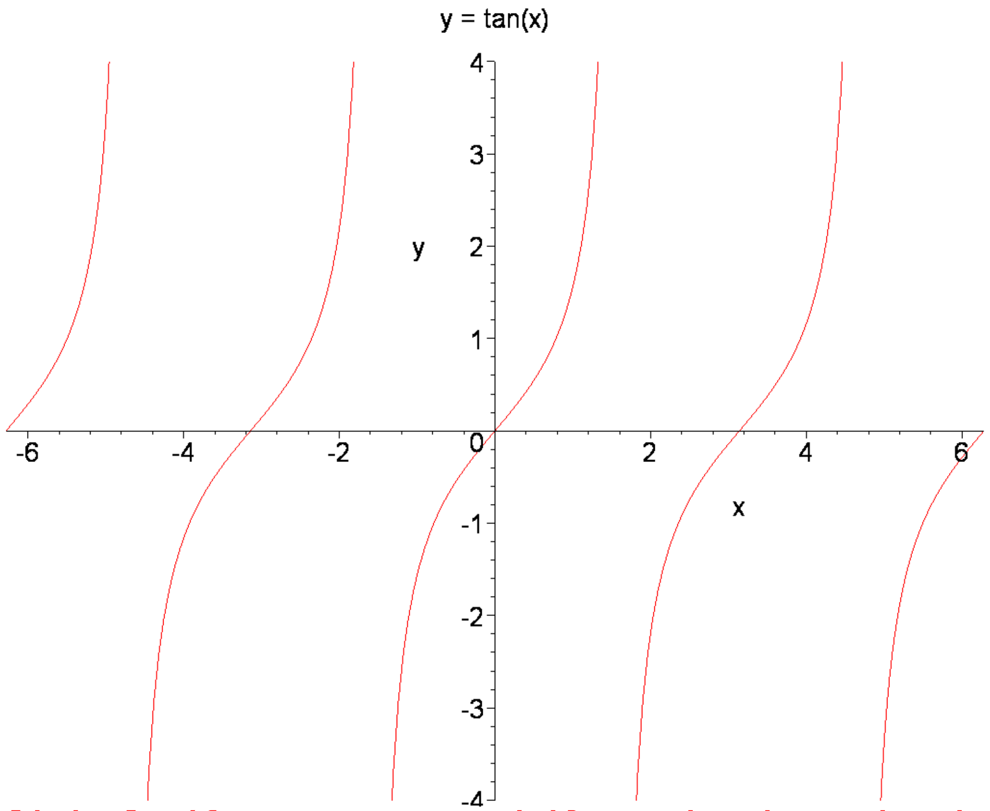
```
> with(plots):
  with(plottools):
Warning, the name arrow has been redefined
```

- Gráficos en 2d:

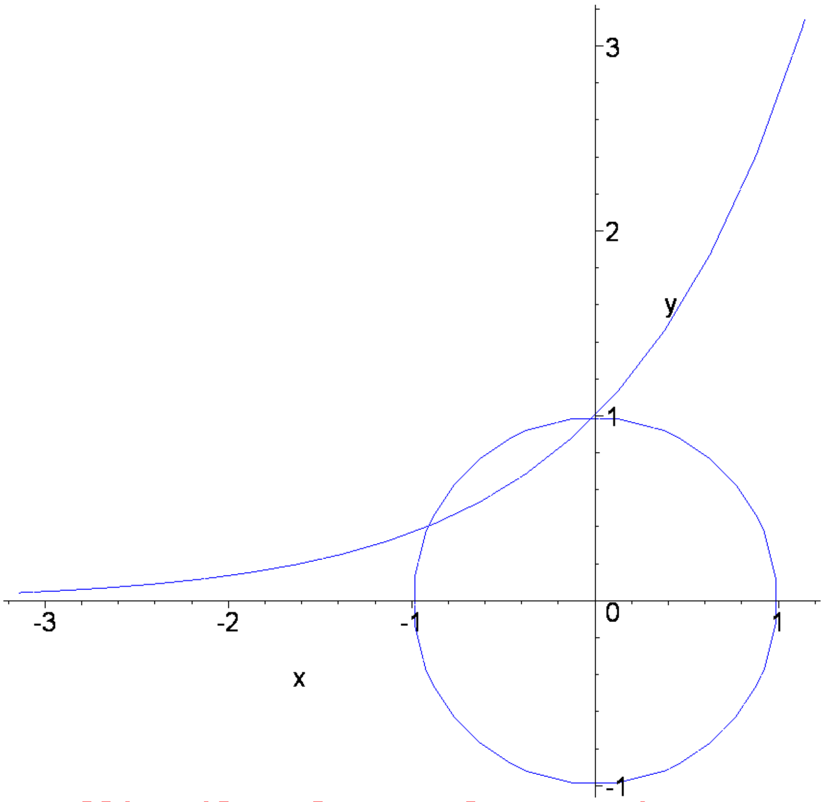
```
> plot((1-x)*exp(x),x=-6..2);
```



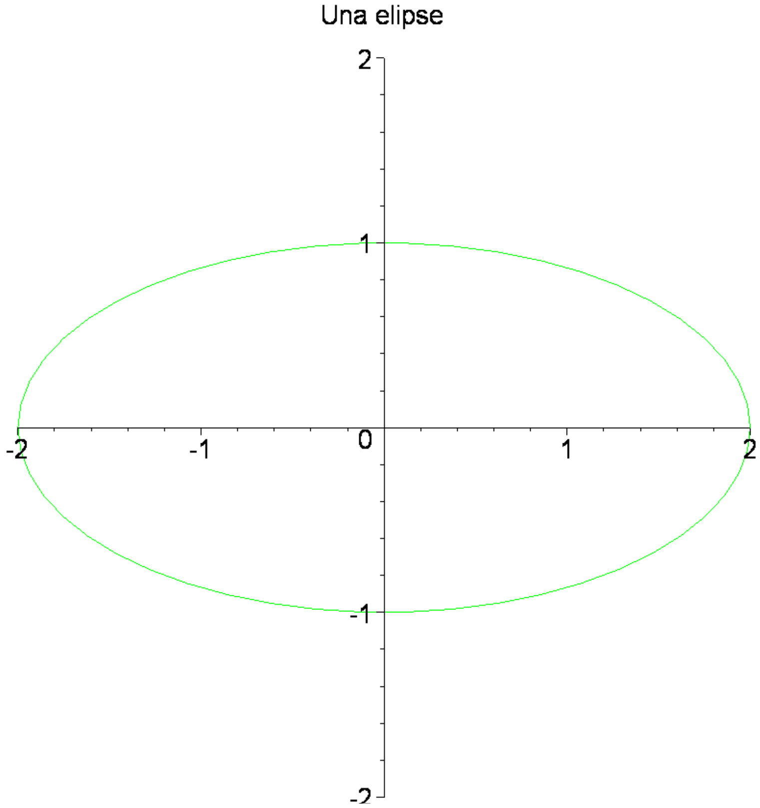

```
> plot(tan(x),x=-2*Pi..2*Pi,y=-4..4,discont=true,title="y =
  tan(x)");
```




```
> implicitplot({x^2+y^2=1,y=exp(x)},x=-Pi..Pi,y=-Pi..Pi,scal
  ing=CONSTRAINED,color=blue);
```

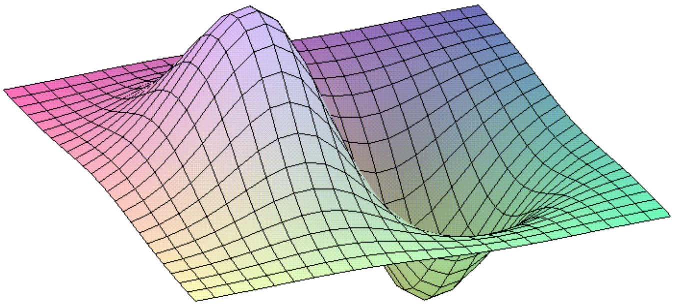



```
> elipse := ellipse([0, 0],2,1,color=green):
> display(elipse,scaling=CONSTRAINED,view=[-2..2,-2..2],title="Una elipse");
```



- <u>Gráficos en 3d:</u>

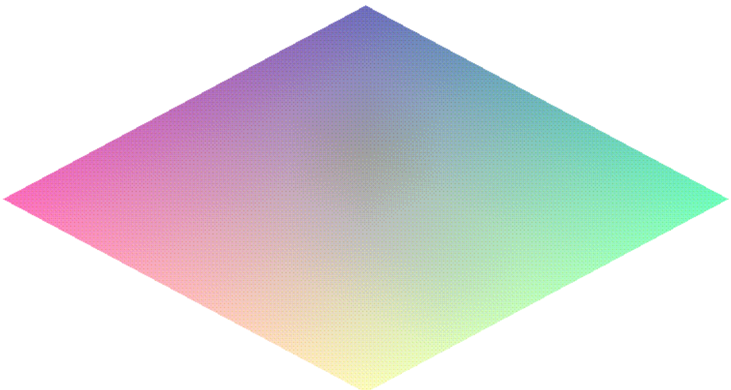
```
> plot3d(x*exp(-x^2-y^2),x=-2..2,y=-2..2);
```



Pinchando en el gráfico se pueden controlar aspectos como el tipo de ejes, el aspecto del gráfico, girar éste...

También se pueden construir gráficos animados que muestren el aspecto del gráfico según va variando un parámetro (por ejemplo, el tiempo):

```
> animate3d(cos(t*x)*sin(t*y),x=-Pi..Pi,y=-Pi..Pi,t=0..2,sty
  le=patchnogrid);
```



Podemos modificar el parámetro "t" correspondiente al tiempo para ver la evolución en un periodo concreto, más o menos largo...

```
>
```

También se pueden construir otro tipo de gráficos más complicados:

```
> p:=display(seq(cutout(v,4/5),v=stellate(dodecahedron(),3))
  ,style=PATCH):
> q:=display(cutout(icosahedron([0,0,0],2.2),7/8)):
> display(p,q,scaling=CONSTRAINED,title="Poliedros
  encajados");
```

Poliedros encajados