

```
[> restart;
```

## - ---- ALGUNOS EJEMPLOS DE UTILIZACIÓN DE MAPLE ----

### - EJEMPLO 1: Manipulación de números algebraicos.

[ Maple permite simplificar expresiones complicadas, como:

```
> expresion:=((1/2+1/2*sqrt(5))^6-(1/2+1/2*sqrt(5))^5-(1/2+1/2*sqrt(5))^3+2)/((1/2+1/2*sqrt(5))^7+2*(1/2+1/2*sqrt(5))^2-(1/2+1/2*sqrt(5))^6-3/2-1/2*sqrt(5)-(1/2+1/2*sqrt(5))^5);  
expresion := 
$$\frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^6 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^5 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^3 + 2}{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^7 + 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^6 - \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^5}$$
  
> simplify(expresion);  

$$\frac{7 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$$
  
> rationalize(%);  

$$-\frac{1}{4}(7 + \sqrt{5})(-3 + \sqrt{5})$$
  
> expand(%);  

$$4 - \sqrt{5}$$
  
>
```

### - EJEMPLO 2: Integración simbólica.

[ También se puede calcular la integral indefinida de ciertas clases de funciones:

```
> funcion:=x^9/(x^7+3*x^6-5*x^5-23*x^4-8*x^3+40*x^2+48*x+16);  
funcion := 
$$\frac{x^9}{x^7 + 3x^6 - 5x^5 - 23x^4 - 8x^3 + 40x^2 + 48x + 16}$$
  
> int(funcion,x);  

$$\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 14x - \frac{32}{27}\frac{1}{x-2} + \frac{32}{9}\ln(x-2) - \frac{32}{x+2} - 32\ln(x+2) + \frac{18}{(x+1)^2}$$
  

$$-\frac{31}{27}\frac{1}{x+1} - \frac{50}{9}\ln(x+1)$$
  
> simplify(%);  

$$\frac{1}{18}(1188 + 696x + 2304\ln(x+2) - 256\ln(x-2) + 400\ln(x+1) - 192\ln(x-2)x^2$$
  

$$- 512\ln(x-2)x + 128\ln(x-2)x^3 - 100\ln(x+1)x^4 - 200\ln(x+1)x^3$$

```

$$+ 300 \ln(x+1) x^2 + 800 \ln(x+1) x - 576 \ln(x+2) x^4 - 1152 \ln(x+2) x^3 \\ + 1728 \ln(x+2) x^2 + 4608 \ln(x+2) x + 64 \ln(x-2) x^4 + 6 x^7 - 15 x^6 + 180 x^5 \\ + 537 x^4 - 1182 x^3 - 2013 x^2) / ((x+1)^2 (x^2-4))$$

En particular, aplicando la Regla de Barrow, se pueden calcular también integrales definidas:

> **int(funcion,x=0..1);**

$$\frac{463}{24} - 32 \ln(3) + \frac{206}{9} \ln(2)$$

> **evalf(% ,20);**

$$.001442228770349180$$

Sin embargo, hay ciertas funciones cuya integral indefinida no se puede calcular:

> **int(exp(-x^2)\*ln(x),x);**

$$\int e^{(-x^2)} \ln(x) dx$$

Aunque sí es posible aproximar numéricamente una integral definida;

> **evalf(Int(exp(-x^2)\*ln(x),x=0..1));**

$$-.9059404763$$

>

### **EJEMPLO 3: Factorización de polinomios.**

Otra característica de Maple es la factorización de polinomios sobre un cuerpo o su clausura algebraica:

> **polinomio:=2\*x^4\*z^3+z^5\*x^2+x^6\*z-10\*y^6\*x-2\*y^6\*z-4\*y^5\*z^2-4\*y^4\*z^3-10\*y^4\*z^2-4\*y^3\*z^3-10\*y^3\*z^2-2\*x^2\*y^3\*z^3-2\*x^2\*y^2\*z^3-10\*x^2\*y^2\*z^2-10\*x^2\*y^2\*z-10\*x^2\*y^2\*z^2-10\*x^2\*y^2\*z^3-10\*x^2\*y^2\*z^4-10\*x^2\*y^2\*z^5-10\*x^2\*y^2\*z^6-10\*x^2\*y^2\*z^7-10\*x^2\*y^2\*z^8-10\*x^2\*y^2\*z^9-10\*x^2\*y^2\*z^10-10\*x^2\*y^2\*z^11-10\*x^2\*y^2\*z^12-10\*x^2\*y^2\*z^13-10\*x^2\*y^2\*z^14-10\*x^2\*y^2\*z^15-10\*x^2\*y^2\*z^16-10\*x^2\*y^2\*z^17-10\*x^2\*y^2\*z^18-10\*x^2\*y^2\*z^19-10\*x^2\*y^2\*z^20-10\*x^2\*y^2\*z^21-10\*x^2\*y^2\*z^22-10\*x^2\*y^2\*z^23-10\*x^2\*y^2\*z^24-10\*x^2\*y^2\*z^25-10\*x^2\*y^2\*z^26-10\*x^2\*y^2\*z^27-10\*x^2\*y^2\*z^28-10\*x^2\*y^2\*z^29-10\*x^2\*y^2\*z^30-10\*x^2\*y^2\*z^31-10\*x^2\*y^2\*z^32-10\*x^2\*y^2\*z^33-10\*x^2\*y^2\*z^34-10\*x^2\*y^2\*z^35-10\*x^2\*y^2\*z^36-10\*x^2\*y^2\*z^37-10\*x^2\*y^2\*z^38-10\*x^2\*y^2\*z^39-10\*x^2\*y^2\*z^40-10\*x^2\*y^2\*z^41-10\*x^2\*y^2\*z^42-10\*x^2\*y^2\*z^43-10\*x^2\*y^2\*z^44-10\*x^2\*y^2\*z^45-10\*x^2\*y^2\*z^46-10\*x^2\*y^2\*z^47-10\*x^2\*y^2\*z^48-10\*x^2\*y^2\*z^49-10\*x^2\*y^2\*z^50-10\*x^2\*y^2\*z^51-10\*x^2\*y^2\*z^52-10\*x^2\*y^2\*z^53-10\*x^2\*y^2\*z^54-10\*x^2\*y^2\*z^55-10\*x^2\*y^2\*z^56-10\*x^2\*y^2\*z^57-10\*x^2\*y^2\*z^58-10\*x^2\*y^2\*z^59-10\*x^2\*y^2\*z^60-10\*x^2\*y^2\*z^61-10\*x^2\*y^2\*z^62-10\*x^2\*y^2\*z^63-10\*x^2\*y^2\*z^64-10\*x^2\*y^2\*z^65-10\*x^2\*y^2\*z^66-10\*x^2\*y^2\*z^67-10\*x^2\*y^2\*z^68-10\*x^2\*y^2\*z^69-10\*x^2\*y^2\*z^70-10\*x^2\*y^2\*z^71-10\*x^2\*y^2\*z^72-10\*x^2\*y^2\*z^73-10\*x^2\*y^2\*z^74-10\*x^2\*y^2\*z^75-10\*x^2\*y^2\*z^76-10\*x^2\*y^2\*z^77-10\*x^2\*y^2\*z^78-10\*x^2\*y^2\*z^79-10\*x^2\*y^2\*z^80-10\*x^2\*y^2\*z^81-10\*x^2\*y^2\*z^82-10\*x^2\*y^2\*z^83-10\*x^2\*y^2\*z^84-10\*x^2\*y^2\*z^85-10\*x^2\*y^2\*z^86-10\*x^2\*y^2\*z^87-10\*x^2\*y^2\*z^88-10\*x^2\*y^2\*z^89-10\*x^2\*y^2\*z^90-10\*x^2\*y^2\*z^91-10\*x^2\*y^2\*z^92-10\*x^2\*y^2\*z^93-10\*x^2\*y^2\*z^94-10\*x^2\*y^2\*z^95-10\*x^2\*y^2\*z^96-10\*x^2\*y^2\*z^97-10\*x^2\*y^2\*z^98-10\*x^2\*y^2\*z^99-10\*x^2\*y^2\*z^100;**

*polinomio := 2 x<sup>4</sup> z<sup>3</sup> + z<sup>5</sup> x<sup>2</sup> + x<sup>6</sup> z - 10 y<sup>6</sup> x - 2 y<sup>6</sup> z - 4 y<sup>5</sup> z<sup>2</sup> - 4 y<sup>4</sup> z<sup>3</sup> - 10 y<sup>2</sup> x + 2 x<sup>2</sup> y<sup>3</sup> - 2 x<sup>2</sup> z<sup>3</sup> - 10 x<sup>3</sup> z<sup>2</sup> + 4 y<sup>3</sup> z<sup>2</sup> + 5 z<sup>4</sup> x<sup>3</sup> - 2 z<sup>5</sup> y<sup>2</sup> + 10 x<sup>5</sup> z<sup>2</sup> - 15 x<sup>3</sup> y<sup>4</sup> + x<sup>2</sup> y - 3 x<sup>2</sup> y<sup>5</sup> - 2 y<sup>3</sup> + x<sup>2</sup> z - 2 y<sup>7</sup> + 4 y<sup>5</sup> + 4 y<sup>2</sup> z<sup>3</sup> - 2 y<sup>2</sup> z - 2 x<sup>4</sup> z - 2 x<sup>4</sup> y + 20 y<sup>4</sup> x + 10 x<sup>3</sup> y<sup>2</sup> + 4 y<sup>4</sup> z + 20 y<sup>2</sup> x z<sup>2</sup> - 2 z<sup>4</sup> y<sup>3</sup> + z<sup>4</sup> x<sup>2</sup> y - 2 x<sup>2</sup> z<sup>2</sup> y + 2 x<sup>2</sup> y<sup>2</sup> z - 20 y<sup>4</sup> z<sup>2</sup> x + x<sup>6</sup> y - 3 x<sup>2</sup> y<sup>4</sup> z + 2 x<sup>4</sup> z<sup>2</sup> y - 2 x<sup>2</sup> z<sup>2</sup> y<sup>3</sup> - 2 x<sup>2</sup> z<sup>3</sup> y<sup>2</sup> - 10 x<sup>3</sup> z<sup>2</sup> y<sup>2</sup> - 10 z<sup>4</sup> y<sup>2</sup> x + 5 x<sup>7</sup> - 10 x<sup>5</sup> + 5 x<sup>3</sup>*

> **factor(polinomio);**

$$(x^2 - 2 y^2) (5 x + y + z) (x^2 + y^2 + z^2 - 1)^2$$

> **factor(polinomio,sqrt(2));**

$$polinomio$$

Por lo tanto, el conjunto de ceros del polinomio en los números complejos está formado por tres planos y una esfera doble.

>

## - EJEMPLO 4: Sistemas de ecuaciones algebraicas.

□ Otra posibilidad muy útil es la resolución de sistemas de ecuaciones:

```
> ecuacion1:=y^2-x^2-1; #OJO; la ecuación es ese polinomio igualado a cero.  
ecuacion2:=x^2+z^2-4;  
ecuacion3:=x^3-2*x-2+z^2+x*z^2*y^2-x^3*z^2-x*z^2;
```

$$ecuacion1 := y^2 - x^2 - 1$$

$$ecuacion2 := x^2 + z^2 - 4$$

$$ecuacion3 := x^3 - 2 \cdot x - 2 + z^2 + x \cdot z^2 \cdot y^2 - x^3 \cdot z^2 - x \cdot z^2$$

```
> solve({ecuacion1,ecuacion2,ecuacion3});
```

$$\{y = \text{RootOf}(_Z^2 - 2), x = 1, z = \text{RootOf}(-3 + _Z^2)\},$$

$$\{x = \text{RootOf}(_Z^2 - 2), y = \text{RootOf}(-3 + _Z^2), z = \text{RootOf}(_Z^2 - 2)\}$$

Es decir, el sistema tiene 12 soluciones, dadas por  $x=1, y=\pm\sqrt{2}, z=\pm\sqrt{3}$  ó  $x=\pm\sqrt{2}, y=\pm\sqrt{3}, z=\pm\sqrt{2}$ .

También se puede manipular un sistema para obtener uno equivalente que resulte más fácil de resolver:

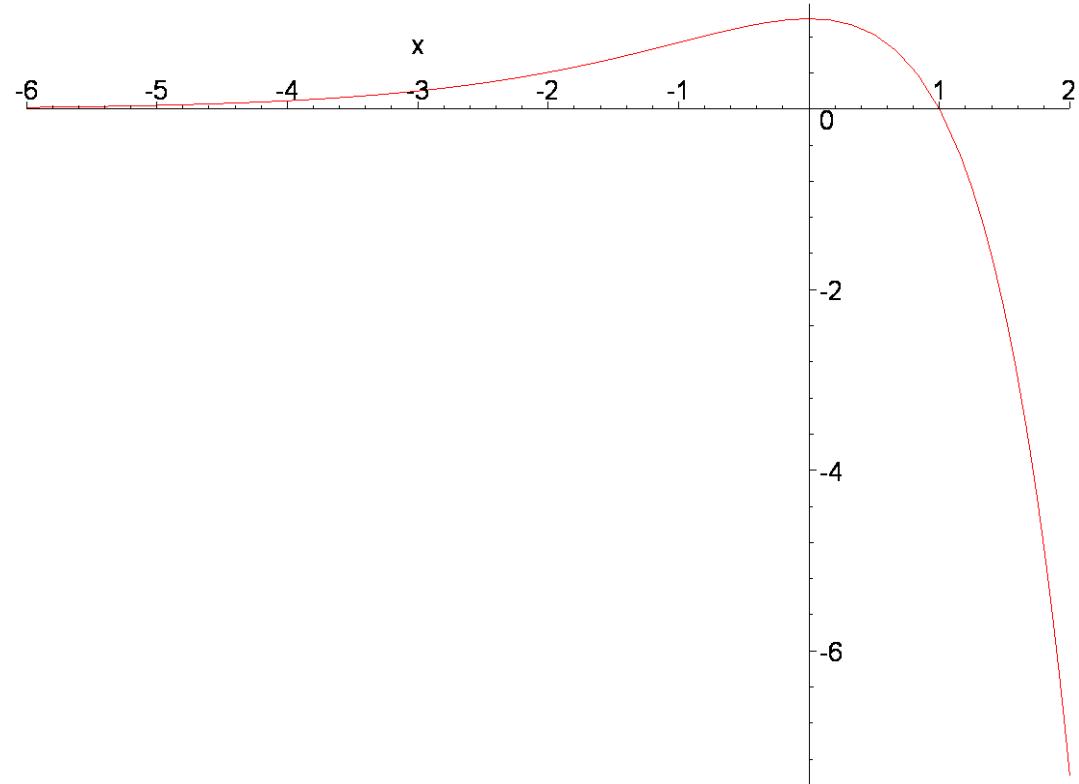
```
> GB:=Groebner[gbasis]([ecuacion1,ecuacion2,ecuacion3],plex(y,z,x));  
GB := [x^3 - 2 \cdot x + 2 - x^2, x^2 + z^2 - 4, y^2 - x^2 - 1]
```

□

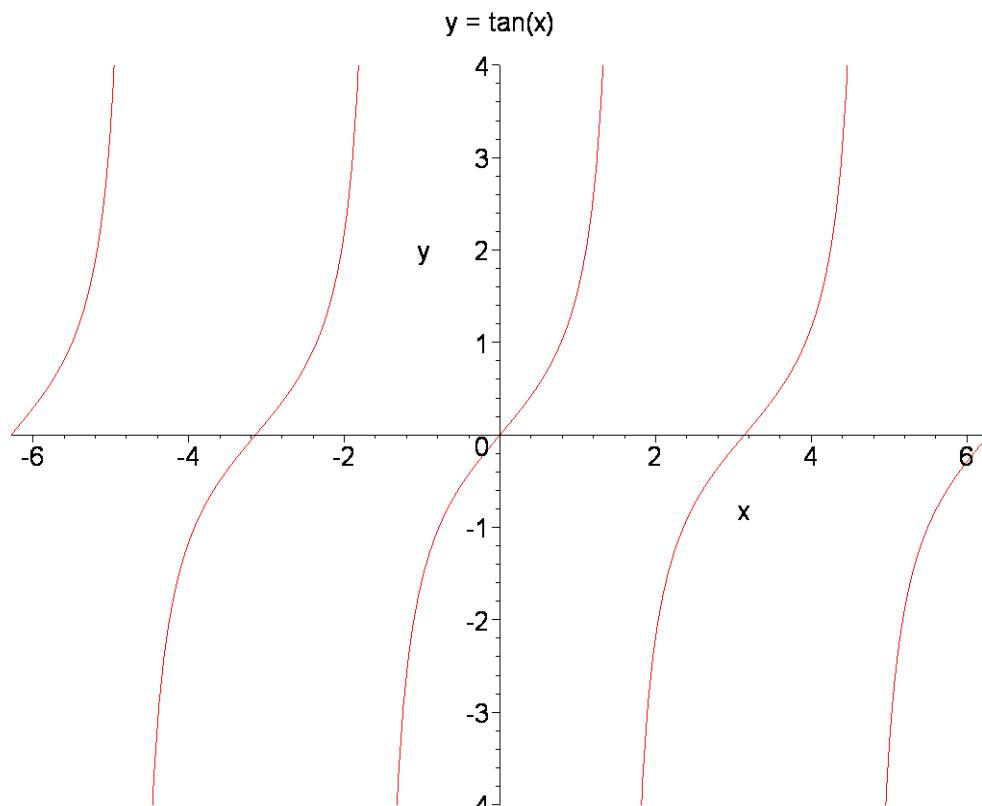
## - EJEMPLO 5: Gráficas de funciones.

□ Con Maple se pueden calcular múltiples tipos de gráficos, utilizando los paquetes adecuados:

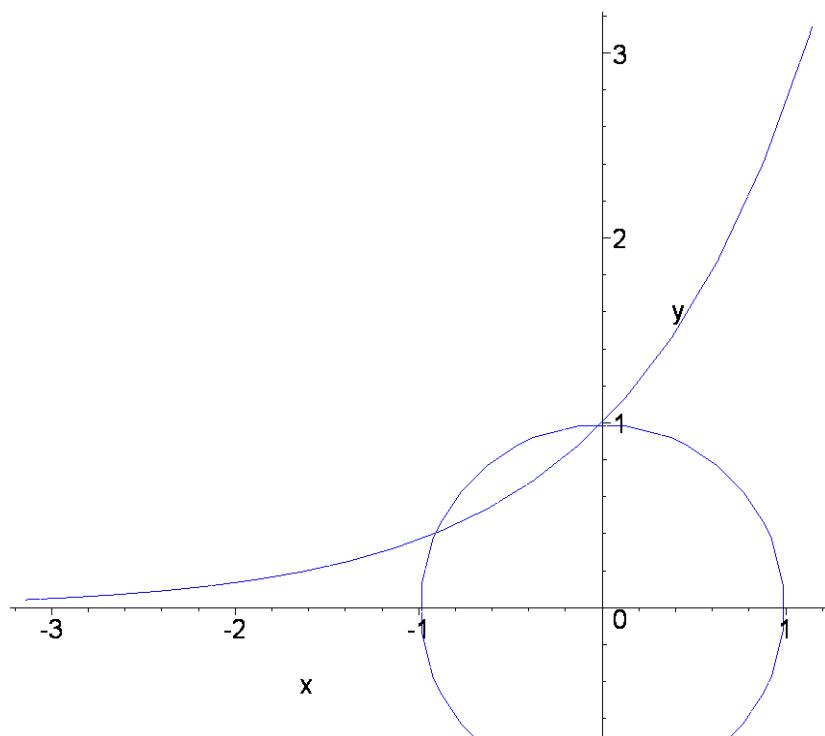
```
> with(plots):  
      with(plottools):  
Warning, the name arrow has been redefined  
- Gráficos en 2d:  
> plot((1-x)*exp(x),x=-6..2);
```



```
> plot(tan(x),x=-2*Pi..2*Pi,y=-4..4,discont=true,title="y = tan(x)");
```

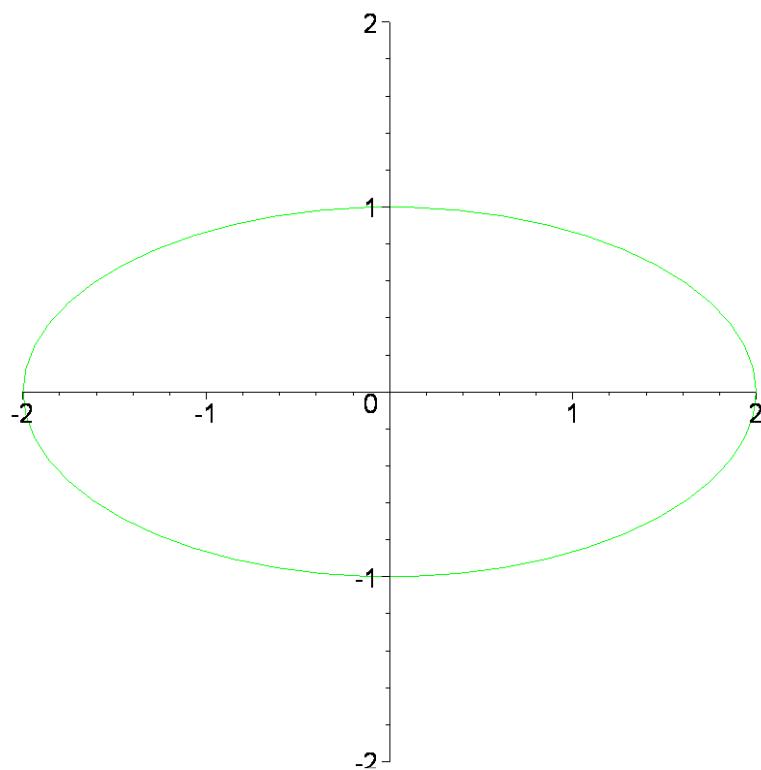


```
> implicitplot({x^2+y^2=1,y=exp(x)},x=-Pi..Pi,y=-Pi..Pi,scale  
ing=CONSTRAINED,color=blue);
```



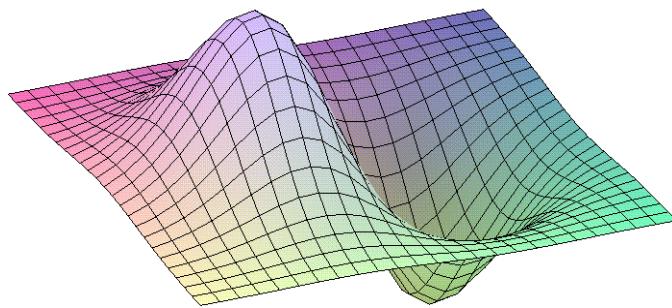
```
> elipse := ellipse([0, 0],2,1,color=green):
> display(elipse,scaling=CONSTRAINED,view=[-2..2,-2..2],title
e="Una elipse");
```

Una elipse

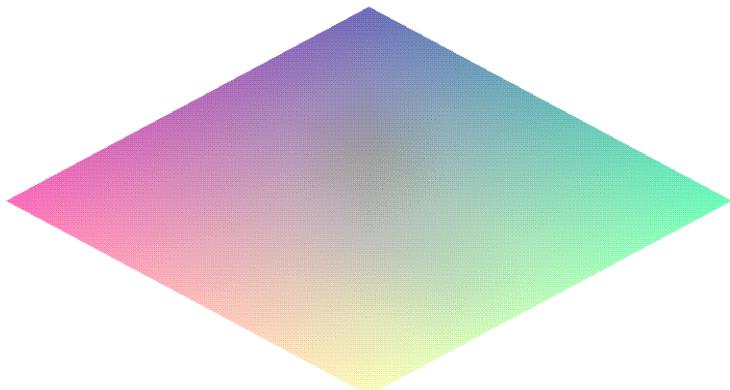


- Gráficos en 3d:

```
> plot3d(x*exp( -x^2-y^2 ),x=-2..2,y=-2..2);
```



- Pinchando en el gráfico se pueden controlar aspectos como el tipo de ejes, el aspecto del gráfico, girar éste...
- También se pueden construir gráficos animados que muestren el aspecto del gráfico según va variando un parámetro (por ejemplo, el tiempo):  
`> animate3d(cos(t*x)*sin(t*y),x=-Pi..Pi,y=-Pi..Pi,t=0..2,style=patchnogrid);`



Podemos modificar el parámetro "t" correspondiente al tiempo para ver la evolución en

un periodo concreto, más o menos largo...

>

También se pueden construir otro tipo de gráficos más complicados:

```
> p:=display(seq(cutout(v,4/5),v=stellate(dodecahedron(),3))
 ,style=PATCH):
> q:=display(cutout(icosahedron([0,0,0],2.2),7/8)):
> display(p,q,scaling=CONSTRAINED,title="Poliedros
 encajados");
```

Poliedros encajados

