Departamento de Matemáticas, Universidad de Alcalá

Matemática Discreta (ITST, ITSE, ITT) Refuerzo curso 2005-2006

Práctica 3
(Grupos y teoría de la codificación)

NOTA: Justificar todas las respuestas.

1. Determinar

   (i) la distancia mínima δ,

   (ii) el número máximo de errores que puede detectar, y

   (iii) el número máximo de errores que puede corregir,

   para cada uno de los siguientes códigos:

   (a) $C_1 = \{0000, 0011, 0101, 1001, 1010\}$ en $\mathbb{Z}_2^4$.

   (b) $C_2 = \{0001010, 0011010, 0101101, 1010101, 1110101, 1111010, 1111011\}$ en $\mathbb{Z}_2^7$.

   (c) $C_3 = \{000100110, 001111010, 010101101, 101010101\}$ en $\mathbb{Z}_2^9$.

2. Para cada código del ejercicio anterior, decidir si es lineal. Completar a un código lineal uno de los que no lo sean.

3. Para el código C_3 anterior se ha recibido la palabra 001001010. Determinar la palabra transmitida usando el principio de máxima verosimilitud.

4. Construir un código C en $\mathbb{Z}_2^5$ con cuatro palabras y que corrija un error. ¿Puede haber un código así con cinco palabras? En caso afirmativo, construir uno.

5. ¿Cuál es la mayor dimensión k para la que un código lineal de longitud 6 puede corregir 2 errores?

6. Dadas las matrices

$$H_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$H_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{y} \quad H_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Determinar las palabras clave del código definido por cada una de ellas.

(b) Obtener los parámetros n, k y δ de estos códigos.

7. Dado el código C definido por la matriz H_2 anterior, determinar si la palabra $0101110 \in C$. En caso negativo determinar, si es posible, la palabra del código que se transmitió.

8. Utilizando una matriz H con 4 filas, construir un código lineal C de longitud 7, con 8 palabras y capaz de corregir un error. (Escribir H y C).

9. Determinar el número de filas de la matriz de verificación H de un código de Hamming C_H de longitud 15. ¿Cuántas palabras clave tiene C_H? Determinar cuáles de las siguientes palabras pertenecen al código:

$$010111010000111, 011101100100010, 110101010111000$$

Suponiendo que sólo se ha producido un error, corregir las palabras que no sean del código.

10. Determinar, escribiendo matrices de verificación adecuadas, la menor longitud de un código lineal que tenga asegurada la corrección de un error y que transmita:

(a) 128 palabras distintas.

(b) 512 palabras distintas.