Matemática Discreta (ITST, ITSE, ITT) **Refuerzo curso 2004-2005**

Práctica 1
(Álgebras de Boole y funciones de conmutación)

1. Completar las demostraciones de los Teoremas 3, 4, 5, 7, 8, 9 y 11 del tema 1.1, utilizando propiedades de las álgebras de Boole.

2. Demostrar, utilizando propiedades de las álgebras de Boole, las Leyes de De Morgan:

   (a) $\overline{xy} = \overline{x} + \overline{y}$

   (b) $\overline{x+y} = \overline{x}\,\overline{y}$

3. Demostrar, utilizando propiedades de las álgebras de Boole, las siguientes igualdades:

   (a) $xy + x\overline{y} + \overline{x}y + \overline{x}\,\overline{y} = 1$

   (b) $(xy)\cdot(x\overline{y})\cdot(\overline{x}y)\cdot(\overline{x}\,\overline{y}) = 0$

   (c) $xyz + x\overline{y}z + \overline{x}yz + \overline{x}\,\overline{y}z = z$

   (d) $(x+y)(\overline{x}+z) = xz + \overline{x}y$

   (e) $xy + yz + \overline{x}z = xy + \overline{x}z$

4. Utilizando tablas de verdad, comprobar las propiedades de los ejercicios anteriores para el álgebra $B = \{0,1\}$.

5. Expresar en forma normal disyuntiva (como suma de minterms) las funciones dadas en la siguiente tabla de verdad:

x	y	z	$f(x,y,z)$	$g(x,y,z)$	$h(x,y,z)$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0

6. Expresar en forma normal disyuntiva (como suma de minterms) las siguientes funciones, mediante el método de completar variables:

(a) $f(x, y, z, u) = x(y + zu)$

(b) $g(x, y, z) = xy + \overline{x}z$

(c) $h(x, y, z) = xy + yz + \overline{x}z$

(d) $t(x, y, z, u) = x + \overline{y} + z + \overline{u}$

7. Expresar en forma normal conjuntiva (como producto de maxterms) las funciones de los ejercicios 5 y 6.

8. Dadas las funciones booleanas $f(w, x, y, z) = \sum m(0, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 12)$y $g(w, x, y, z) = \prod M(2, 3, 4, 5, 10, 11, 14, 15)$:

   (a) Construir la tabla de valores de f, g, $\bar{f} + g$ y $f \cdot \bar{g}$

   (b) Obtener para f y g su f.n.d. y su f.n.c. (en notación simplificada y también como suma/producto de minterms/maxterms).

   (c) Para f, dibujar la red de compuertas dada por su f.n.d. y la dada por su f.n.c.

9. Simplificar las funciones f, g y h del ejercicio 5 usando el siguiente mapa de Karnaugh:

yz / x	00	10	11	01
0				
1				

   Explicar la simplificación agrupando los minterms en la f.n.d. de aquel ejercicio.

10. Un grupo de cinco amigos, Pedro, Ana, Juan, Marta y Luis, van a la playa. Para que siempre haya alguien vigilando las toallas, deciden que Luis sólo se bañará cuando:

   (i) Las dos chicas estén en el agua y uno de los dos chicos no lo esté.

   (ii) Pedro o alguna de las chicas estén en el agua, pero Juan no.

   Construir una tabla de verdad que represente esta situación y obtener la función booleana que decide cuándo se baña Luis. Simplificarla usando un mapa de Karnaugh.

11. En un pasillo hay una bombilla y dos interruptores. Cuando llegamos, los dos interruptores están hacia arriba y la bombilla está apagada.

(a) Construir la tabla de verdad de los posibles estados de la bombilla, en función del estado de los interruptores.

(b) Obtener la función booleana que determina el estado de la bombilla.

(c) Dibujar el circuito correspondiente.

12. Hacer los grupos para los siguientes mapas de Karnaugh:[1]

yz	00	10	11	01
wx				
00	1	1	1	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

yz	00	10	11	01
wx				
00	0	0	0	0
01	1	0	1	1
11	1	0	0	1
10	1	1	0	0

yz	00	10	11	01
wx				
00	0	0	0	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	1	1	0

yz	00	10	11	01
wx				
00	0	1	1	0
01	0	0	1	1
11	0	1	0	1
10	1	1	0	0

yz	00	10	11	01
wx				
00	0	0	1	1
01	1	0	0	1
11	1	0	1	0
10	0	0	1	1

yz	00	10	11	01
wx				
00	1	0	1	1
01	0	1	0	0
11	1	1	0	0
10	0	0	1	1

yz	00	10	11	01
wx				
00	0	0	1	0
01	1	1	0	1
11	1	1	0	1
10	0	0	1	0

yz	00	10	11	01
wx				
00	1	0	0	0
01	1	1	1	0
11	0	1	1	1
10	1	0	0	1

yz	00	10	11	01
wx				
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	1	0	1	0
10	1	0	1	0

yz	00	10	11	01
wx				
00	1	0	1	0
01	1	0	1	0
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

yz	00	10	11	01
wx				
00	0	1	0	1
01	1	0	1	1
11	0	1	1	0
10	1	1	0	1

yz	00	10	11	01
wx				
00	0	0	0	1
01	1	1	0	1
11	1	1	0	1
10	1	1	0	1

[1] En algunos puede haber más de una posibilidad